

КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 519.863: 330.4

DOI: 10.30977/BUL.2219-5548.2025.110.0.105

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНОЇ
ОПТИМІЗАЦІЇ ЛОГІСТИЧНИХ МЕРЕЖ

Безкоровайний В. В., Жабський Д. С., Сидоров М. В.
Харківський національний університет радіоелектроніки

Анотація. Запропоновано математичну модель трикритеріальної задачі оптимізації централізованих логістичних мереж на етапі реінжинірингу з огляду на економічні, часові та екологічні показники в умовах інтервальної визначеності вхідних даних. Для вибору оптимального рішення використано індекси порівняння на основі узагальненої різниці Хукхарі. Практичне використання запропонованої моделі дасть змогу підвищити стійкість рішень до зміни зовнішніх умов та забезпечити врахування екологічних вимог сучасної логістики.

Ключові слова: багатокритеріальна оптимізація, інтервальна невизначеність, логістична мережа, прийняття рішень, реінжиніринг, топологічна структура.

Вступ

Сучасні логістичні компанії функціонують в умовах посилення екологічних вимог та зростання соціальної відповідальності бізнесу [1]. Якість сучасних логістичних мереж визначається не лише економічними показниками, але і їх впливом на навколишнє середовище. Це актуалізує проблему розроблення математичних моделей, методів та інформаційних технологій еколоого-економічної оптимізації логістичних мереж (ЛМ) [2, 3].

Топологічні структури мереж суттєво впливають як на витрати й терміни доставки, так і на обсяги викидів парникових газів [4]. Структури ЛМ утворюються з використанням вузлів (терміналів, розподільних центрів, хабів), за допомогою яких перерозподіляються вантажопотоки від постачальників до споживачів [1, 5]. У цьому разі оптимізація кількості й розташування вузлів у мережі сприяє одночасному зменшенню логістичних витрат і екологічного впливу транспортних процесів [6].

Зміна умов функціонування логістичних систем (зростання екологічних вимог, упровадження вуглецевого податку, зміна структури споживання) приводить до необхідності реінжинірингу наявних мереж [7, 8]. Реінжиніринг логістичних мереж передбачає комплексний аналіз наявних структур з можливістю їх радикального перепроєктування відповідно до нових економічних умов та екологічних обмежень [2, 9].

Особливістю задач оптимізації ЛМ на етапі реінжинірингу є неповна визначеність вхідних даних: попиту, тарифів, екологічних характеристик транспорту, що зумовлює

доцільність використання засобів інтервального аналізу [10, 11]. Інтервальне подання параметрів і змінних оптимізаційних моделей дає змогу брати до уваги невизначеність та отримати рішення, стійкі до змін зовнішніх факторів [12].

Дослідження у сфері «зеленої логістики» демонструють необхідність одночасного врахування економічних та екологічних критеріїв у процесі проєктування логістичних систем [13, 14]. Однак переважна більшість наявних математичних моделей зорієнтована на оптимізацію ЛМ за функціонально-вартісними критеріями в умовах повної визначеності вхідних даних [15, 16].

Аналіз публікацій

Процес оптимізації логістичних мереж як територіально розподілених об'єктів передбачає розв'язання комплексу задач їх технологічної, структурної, параметричної та топологічної оптимізації [2, 7]. У цьому разі умовно незалежно розв'язуються задачі оптимізації мікро- та макрологістичних систем [17, 18]. На рівні мікрологістики здійснюється адаптація наявних мереж за допомогою оперативного планування маршрутів, а на рівні макрологістики приймаються стратегічні рішення щодо топологічних структур мереж [19].

Останнім часом значну увагу приділено проблемам екологічної логістики, спрямованої на зниження негативного впливу транспортних процесів на довкілля [3, 9]. Основними напрямками екологічної логістики є оптимізація транспортних маршрутів з огляду на викиди CO₂ [4], використання альтер-

нативних видів палива [20] та впровадження концепції циркулярної економіки [6]. За результатами сучасних досліджень встановлено, що логістичні операції є відповідальними за 10–15 % загальних викидів парникових газів [21].

Одним з напрямів екологічної логістики є реверсивна логістика, яка дає змогу зменшити споживання природних ресурсів і забезпечити повторне використання матеріалів [6, 22]. Задачі оптимізації замкнених логістичних мереж передбачають врахування як прямих, так і зворотних потоків, що суттєво ускладнює математичні моделі таких задач [23, 24].

Вхідними даними традиційних задач оптимізації централізованих ЛМ є місця розташування центрів постачання, множини споживачів з відповідними обсягами потреб, витрати на створення та експлуатацію вузлів мережі, транспортні тарифи [1, 7]. Метою є визначення оптимальної топологічної структури мережі, що мінімізує загальні витрати за умови дотримання обмежень на час доставки [25].

Сучасні дослідження розширюють класичну постановку впровадженням додаткових критеріїв оптимізації. Зокрема розглядаються задачі з огляду на ризики [26], надійність системи [27], якість обслуговування [28] та екологічні показники [4, 13]. Багатокритеріальні моделі потребують застосування методів прийняття рішень для вибору компромісного розв'язку [29, 30].

Значна частина досліджень присвячена розробленню ефективних алгоритмів розв'язання задач оптимізації ЛМ. Використовуються як точні методи (динамічне програмування, метод гілок та меж) [31], так і метаевристичні алгоритми (генетичні алгоритми, алгоритм мурашиної колонії тощо) [32, 33]. Однак більшість запропонованих підходів призначена для умов повної визначеності вхідних даних.

Невизначеність у задачах логістики може мати різну природу: стохастичну (випадкові коливання попиту), нечітку (експертні оцінки) або інтервальну (діапазони можливих значень) [10, 11]. Інтервальний підхід є особливо зручним для моделювання ситуацій, коли відомі лише граничні значення параметрів без інформації про їх розподіл [12, 34].

Для розв'язання задач оптимізації з інтервальними параметрами впроваджено різні підходи. Найпоширенішими є методи, основані на порівнянні інтервалів за допомогою індексів переваги [11, 35], узагальненої різ-

ниці Хукухари [36] або теорії можливостей. Кожен з підходів має свої переваги та обмеження щодо інтерпретації результатів та обчислювальної складності.

Аналіз літературних джерел дає змогу визначити прогалини в наявних дослідженнях, зокрема:

- відсутність комплексних моделей, що одночасно зважають на економічні, часові та екологічні критерії в умовах інтервальної невизначеності;

- недостатня увага до специфіки реінжинірингу ЛМ з огляду на можливості використання наявної інфраструктури;

- брак методів порівняння альтернатив для багатокритеріальних задач з інтервальними параметрами;

- обмежена кількість досліджень щодо практичного застосування еколого-економічних моделей оптимізації в реальних логістичних системах.

Це зумовлює актуальність науково-практичних завдань розроблення еколого-економічних моделей задач оптимізації логістичних мереж в умовах інтервальної невизначеності вхідних даних [37].

Мета й постановка завдання

Аналіз сучасних досліджень демонструє, що в процесі оптимізації логістичних мереж найчастіше розглядаються економічні та часові критерії, тоді як екологічні аспекти беруться до уваги обмежено або із значними спрощеннями [3, 4, 9]. Це зумовлює низку проблем:

- недостатня ефективність наявних моделей, які одночасно враховують економічні, часові та екологічні показники якості мереж [2, 13];

- відсутність підходів до багатокритеріальної оптимізації, що беруть до уваги інтервальну невизначеність усіх трьох груп параметрів [10, 11, 12];

- потреба в створенні інструментів вибору компромісних рішень для багатокритеріальних задач реінжинірингу ЛМ [29, 30].

Зважаючи на це, метою статті є підвищення ефективності технології оптимізації логістичних мереж на етапі реінжинірингу за допомогою розроблення математичної моделі багатокритеріальної оптимізації з огляду на економічні, часові та екологічні критерії в умовах інтервальної невизначеності вхідних даних.

Одним з найбільш поширених класів логістичних мереж є централізовані трирівневі

мережі, які забезпечують доставку вантажів від центру до множини споживачів через один рівень проміжних вузлів [1, 7]. Для них задача реінжинірингу топологічної структури може бути подана в такій постановці.

Задані: множина елементів (центр, вузли, споживачі) наявної ЛМ та обсяги попиту [2, 7]; топологічна структура мережі, визначена розташуванням елементів і зв'язками між ними [5]; витрати на створення та експлуатацію вузлів, транспортні тарифи, параметри часу доставки [6, 25]; інтервальні оцінки викидів CO₂ та інших екологічних показників транспортних процесів [4, 13].

Необхідно визначити: варіант топологічної структури ЛМ $s \in S$ (де S – множина допустимих варіантів), який є ефективним в оцінюванні за трьома локальними критеріями: $k_1(s)$ – наведені витрати [6]; $k_2(s)$ – час доставки вантажів [25]; $k_3(s)$ – екологічний вплив мережі на довкілля [3, 4, 13].

Завдання полягає у формуванні моделі задачі трикритеріальної оптимізації централізованої логістичної мережі на етапі реінжинірингу, в якій параметри задані інтервальними значеннями [10–12, 37].

Основний матеріал дослідження.

Обмеження, які визначають множину допустимих варіантів побудови мережі

Позначимо множину елементів наявної мережі як $I = \{i: i = \overline{1, n}\}$ (де n – кількість елементів, $i = 1$ – відповідає центру постачання, а інші елементи – вузлам та споживачам мережі). Структури наявної та нових варіантів мережі подаватимемо матрицями суміжності, відповідно, $s' = [s'_{ij}]$ і $s = [s_{ij}]$, елементи яких дорівнюють 1, якщо існує безпосередній зв'язок між елементами i та j мережі та 0 – за відсутності такого зв'язку.

Обмеження, які визначають трирівневу структуру централізованої логістичної мережі [7, 37]:

– кожен кінцевий елемент (споживач) має бути під'єднаний до одного з вузлів $\sum_{j=1}^i s_{ij} + \sum_{i=j}^n s_{ij} = 1$ для всіх i , для яких $s_{ii} = 0$, $i = \overline{1, n}$, або безпосередньо до центру: $s_{1i} = 1$, $i = \overline{1, n}$;

– до кожного вузла має бути під'єднаний більше ніж один споживач $\sum_{j=1}^n s_{ij} \geq 2$, для всіх i , для яких $s_{ii} = 1$, $i = \overline{1, n}$;

– кожен з вузлів j має безпосередній зв'язок із центром $s_{ij} = 1 \rightarrow s_{1j} = 1$, $\forall i, j = \overline{1, n}$;

– кожен споживач i , $i = \overline{1, n}$ під'єднується до вузла j за показником мінімуму наведених витрат:

$$s_{ii} \wedge s_{ij} = 1 \rightarrow ij = \arg \min_{1 \leq i, j \leq n} c_{ij} \quad \forall i, j = \overline{1, n};$$

– загальна кількість вузлів мережі $1 \leq \sum_{i=1}^n s_{ii} \leq n/2$;

– загальна кількість зв'язків у радіально-вузловій (централізованій трирівневій) структурі $\sum_{j=1}^n \sum_{i=j}^n s_{ij} = n + \sum_{i=1}^n s_{ii}$.

Цільова функція задачі оптимізації мережі за показником витрат

У реальних умовах функціонування логістичних систем параметри попиту, тарифів, експлуатаційних витрат відомі не точно, а в межах певних діапазонів [37]. Запропоновано подавати їх значення інтервальними величинами: $[w_i] \in [w_i^-; w_i^+]$, $i = \overline{1, n_D}$ (де n_D – кількість параметрів, що будуть використані в моделі).

Змінні в цільових функціях (наведені витрати на створення й функціонування мережі, показники оперативності й екологічності) запропоновано подавати у вигляді інтервалів: $[x_i(s)] \in [x_i^-(s); x_i^+(s)]$, $i = \overline{1, n_V}$ (де n_V – кількість змінних). Значення локальних критеріїв для варіантів побудови мережі з множини допустимих $s \in S$ подаватимемо як відповідні інтервали $[k_j(s)] = [k_j^-(s); k_j^+(s)]$, $j = \overline{1, 3}$.

З використанням вищенаведених значень цільову функцію математичної моделі задачі визначення найкращого варіанта реінжинірингу топологічної структури ЛМ за показником витрат запропоновано подати в такому вигляді:

$$\begin{aligned} [k_1(s', s)] = & \sum_{j=1}^n \{ [a_j](1 - s'_{jj})s_{jj} + [b_j]s'_{jj}s_{jj} + \\ & + [c_j](1 - s_{jj})s'_{jj} - [d_j](1 - s_{jj})s'_{jj} \} + \\ & \sum_{j=1}^n \sum_{i=j}^n \{ [e_{ji}](1 - s'_{ji})s'_{ji} + [f_{ji}]s'_{ji}s_{ji} + \\ & + [g_{ji}](1 - s'_{ji})s'_{ji} - [h_{ji}](1 - s'_{ji})s'_{ji} \} \rightarrow \min_{s \in S}, \end{aligned}$$

де $[a_j]$, $[b_j]$, $[c_j]$, $[d_j]$, $j =$ – інтер-

вальне подання витрат на створення, модернізацію, демонтаж та вартість ресурсів, які можуть бути повторно використані після демонтажу обладнання j -го вузла в новій структурі; s'_i, s_{ij} – елементи матриць суміжності наявної мережі та мережі після реінжинірингу; $[e_{ij}], [f_{ij}], [g_{ij}], [h_{ij}]$ – інтервальне подання витрат на перевезення вантажів між елементами i та $j, i, j = \overline{1, n}$, на модернізацію транспортних засобів, їх утилізацію та вартість ресурсів, які можуть бути повторно використані.

За необхідності ця модель може бути застосована для реінжинірингу структури логістичної мережі за показниками тільки капітальних, тільки експлуатаційних або наведених витрат.

Цільова функція задачі оптимізації мережі за показником часу доставки вантажів

Окрім економічних витрат, важливою якістю логістичної мережі є оперативність, що визначається часом доставки вантажів споживачам.

Для оцінювання оперативності мережі використовуємо сумарні витрати часу на перевезення вантажу від центру постачання до відповідного вузла, на оброблення у вузлі (перевантаження, очікування відправлення, оформлення документів тощо) та доставки з вузла до кінцевого споживача, подані в інтервальному вигляді:

$$[\tau_i(s)] = \{[t_{1j}(s)] + [t_j(s)] + [t_{ji}(s)]\} s_{ij},$$

де $[t_{1j}(s)], [t_j(s)], [t_{ji}(s)]$ – інтервальні подання часу транспортування вантажу від центру до вузла j , його оброблення у вузлі j і доставки від вузла j до споживача i .

Максимуму цільової функції оперативності відповідає мінімум максимального часу доставки вантажів серед усіх споживачів:

$$[k_2(s)] = \max_{1 \leq i \leq n} \{[\tau_{ij}]\} \rightarrow \min_{s \in S}.$$

Цільова функція задачі оптимізації мережі за екологічним критерієм

В умовах зростання екологічних вимог до транспортних процесів доцільно запровадити додатковий показник, що дасть змогу брати до уваги негативний вплив транспортних засобів і вузлів логістичної мережі на довкілля. Для кожного вузла й маршруту від еле-

мента i до елемента j мережі додамо інтервальні оцінки питомих викидів $[q_j], j = \overline{1, n}$ і $[q_{ij}], i, j = \overline{1, n}$. Вони відтворюють можливі діапазони утворення викидів унаслідок експлуатації мережі (CO_2 , інших забруднювальних речовин).

Цільову функцію задачі оптимізації мережі на основі оцінки загального екологічного впливу для s -го варіанта побудови мережі запропоновано подати в такому вигляді:

$$[k_3(s)] = \sum_{j=1}^n q_j(s) + \sum_{i,j=1}^n q_{ij} s_{ij} \rightarrow \min_{s \in S}.$$

Значення показника $[k_3(s)]$ характеризує діапазон рівня екологічного навантаження мережі на довкілля. Його використання дасть змогу порівнювати різні варіанти топології з погляду сталого розвитку та «зеленої логістики».

Модель задачі трикритеріальної оптимізації мережі

У трикритеріальній задачі структурно-топологічної оптимізації ЛМ з радіально-вузловою структурою вибір компромісного варіанта її побудови $s^o \in S$, що задовольняє обмеження

$$S = \left\{ \begin{array}{l} [s_{ij}], s_{ij} \in \{0, 1\}, i, j = \overline{1, n}, s_{11} = 1; \\ \sum_{i=j}^n s_{ij} \geq 1, \forall j = \overline{1, n}; \\ \sum_{j=1}^n \sum_{i=j}^n s_{ij} = n + \sum_{i=1}^n s_{ii} \\ s_{ii} = 1 \rightarrow s_{i1} = 1 \forall i = \overline{1, n}; \\ s_{ii} \wedge s_{ij} = 1 \rightarrow ij = \arg \min_{1 \leq i, j \leq n} [e_{ij}] \forall i, j = \overline{1, n}, \end{array} \right.$$

здійснюється з одночасною оцінкою за показниками витрат $[k_1(s', s)]$, часу доставки вантажів $[k_2(s)]$ й екологічного навантаження $[k_3(s)]$:

$$\left\{ \begin{array}{l} [k_1(s', s)] \rightarrow \min_{s \in S}, [k_1(s', s)] \leq k_1^*, \\ [k_2(s)] \rightarrow \min_{s \in S}, [k_2(s)] \leq k_2^*, \\ [k_3(s)] \rightarrow \min_{s \in S}, [k_3(s)] \leq k_3^*, \end{array} \right.$$

де k_1^*, k_2^*, k_3^* – граничні допустимі значення

показників витрат на мережу, її оперативності та екологічності.

У процесі оптимізації для вибору найбільш ефективного варіанта побудови мережі $s^o \in S$ запропоновано використати модель теорії корисності, що дає змогу отримувати скалярні інтервальні оцінки варіантів:

$$s^o = \arg \max_{s \in S} [P(s)]. \quad (1)$$

Як оцінку ефективності мережі $[P(s)]$ в моделі (1) запропоновано використовувати функцію належності нечіткій множині «Найкращий варіант»:

$$\langle \text{Найкращий варіант} \rangle = \{s, [P(s)] >, \quad (2)$$

де $[P(s)]$ – функції належності варіанта $s \in S$ нечіткій множині (2).

Для поєднання нормованих значень локальних критеріїв запропоновано використовувати універсальну функцію, побудовану на основі полінома Колмогорова – Габора [7]:

$$[P(s)] = \sum_{i=1}^3 \lambda_i [\xi_i(s)] + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i}^3 \lambda_{ij} [\xi_i(s)] [\xi_j(s)],$$

де λ_i, λ_{ij} – вагові коефіцієнти локальних критеріїв та їх добутоків $\lambda_i \geq 0, \lambda_{ij} \geq 0$, що визначають пріоритети в прийнятті рішень [20, 26]; $\xi_l(s)$ – функція корисності локального критерію $k_l(x)$, $l = i, j$.

Запропонована трикритеріальна модель є розвитком двокритеріальної моделі [7] і дає змогу зважати не лише на економічні та часові аспекти, а й на екологічні вимоги сучасної логістики [9, 13].

Порівняння інтервальних значень критерію ефективності

Розв'язувана задача належить до класу дискретних комбінаторних оптимізаційних задач, де вхідні дані задані у вигляді інтервалів. У такій постановці порівняння варіантів побудови ЛМ ускладнюється, оскільки інтервали оцінок $[P(s)]$ можуть перетинатися, не мати спільних точок або частково збігатися [21, 22].

Для коректного зіставлення рішень запропоновано здійснювати порівняння інтервалів з використанням узагальненої різниці Хукухари (gH -різниці).

Нехай для двох варіантів побудови мережі $u, v \in S$ значення узагальненого критерію

подані як інтервали $A = [P^-(u); P^+(u)]$ і $B = [P^-(v); P^+(v)]$ у вигляді $A = [\hat{a}; \bar{a}]$ і $B = [\hat{b}; \bar{b}]$ (де $\hat{a}, \hat{b}, \bar{a}, \bar{b}$ – центри й радіуси інтервалів A і B):

$$\hat{a} = [a^- + a^+] / 2, \quad \bar{a} = [a^+ - a^-] / 2, \\ \hat{b} = [b^- + b^+] / 2, \quad \bar{b} = [b^+ - b^-] / 2.$$

Узагальнену різницю інтервалів A і B визначено за таким співвідношенням:

$$A \overset{gH}{-} B = [\min\{a^- - b^-; a^+ - b^+\}; \\ \max\{a^- - b^-; a^+ - b^+\} = (\hat{a} - \hat{b}; |\bar{a} - \bar{b}|).$$

На її основі обчислюється індекс порівняння інтервалів $\gamma_{A,B} = (\bar{a} - \bar{b}) / (\hat{a} - \hat{b})$, який характеризує міру переваги одного інтервалу над іншим за узагальненим критерієм.

За часткового або повного перетину інтервалів рішення приймається з огляду на додаткові умови: перевага надається варіанту з меншими втратами в найгіршому випадку; у ситуаціях високої невизначеності використовується відношення середнього виграшу до можливого ризику [23, 24].

Отже, використання узагальненої різниці Хукухари та зведеного індексу $\gamma_{A,B}$ забезпечує можливість коректного порівняння альтернативних варіантів топології логістичних мереж в умовах інтервальної невизначеності.

Висновки

Розроблено математичну модель оптимізації логістичних мереж на етапі їх реінжинірингу з огляду на інтервальну невизначеність вхідних параметрів. На відміну від наявних моделей, що здебільшого беруть до уваги лише економічні витрати та часові характеристики, запропонована модель розширена критерієм екологічного впливу на довкілля. Це дає змогу оцінювати варіанти побудови мереж не лише з позицій ефективності функціонування, але й відповідності вимогам сучасної «зеленої логістики».

У моделі використано інтервальне подання вхідних даних, систему обмежень, що визначає трирівневу структуру централізованої мережі, а також локальні критерії витрат, оперативності та екологічного впливу мережі на навколишнє середовище. Для вибору компромісного варіанта застосовано узагальнену

функцію корисності, що дає змогу інтегрувати результати багатокритеріальної оптимізації. Запропонований алгоритм порівняння інтервальних значень на основі узагальненої різниці Хукухари забезпечує можливість коректного зіставлення альтернативних рішень і підвищує достовірність прийняття рішень у ситуаціях невизначеності.

Практичне використання моделі сприяє зменшенню логістичних витрат і часу доставки, водночас зважаючи на екологічні обмеження та знижуючи рівні викидів. Це забезпечує формування стійких рішень, здатних адаптуватися до змін зовнішніх умов функціонування мереж. Подальший розвиток роботи може бути пов'язаний з упровадженням у моделі додаткових критеріїв, зокрема надійності чи живучість, а також із розробленням ефективних обчислювальних методів для оптимізації великих логістичних систем в умовах інтервальної невизначеності.

Література

1. Beskorovainyi V., Sudik A. Optimization of topological structures of centralized logistics networks in the process of reengineering. *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*. 2021. No. 1 (15). P. 23–31.
2. Govindan K., Fattahi M., Keyvanshokoo E. Supply chain network design under uncertainty: A comprehensive review and future research directions. *European Journal of Operational Research*. 2017. Vol. 263. P. 108–141.
3. Jo D., Kwon C. Structure of Green Supply Chain Management for Sustainability of Small and Medium Enterprises. *Sustainability*. 2022. Vol. 14. No. 1. 50.
4. Ye Y., Wang J. Study of logistics network optimization model considering carbon emissions. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*. 2017. Vol. 8. No. 2. P. 1102–1108.
5. Furlanetto B. V. R., Marins F. A. S., Silva A. F., Defalque C. M. Optimization of a logistics network considering allocation of facilities and taxation aspects. *Gestão & Produção*. 2020. Vol. 27(4). e4918.
6. Rubio S., Jiménez-Parra B., Chamorro-Mera A., Miranda F. J. Reverse Logistics and Urban Logistics: making a Link. *Sustainability*. 2019. Vol. 11. No. 20.
7. Beskorovainyi V. V., Nefyodov L. I., Ruskin V. M. Mathematical model of structural-topological optimization of logistic networks. *Bulletin of Kharkiv National Automobile and Highway University*. 2021. Issue 95. Pp. 178–184.
8. Beskorovainyi V., Draz O. Mathematical models of decision support in the problems of logistics networks optimization. *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*. 2021. No. 4 (18). P. 5–14.
9. Furtak A., Błażej M. Green supply chain. Developing logistics with care for the. *Acta Universitatis Nicolai Copernici*. 2020. Vol. 47. No. 1. P. 65–73.
10. Jiang C., Han X., Xie H. The Basic Principles of Interval Analysis. *Nonlinear Interval Optimization for Uncertain Problems*. 2021. P. 25–34.
11. Guerra M. L., Stefanini L. A comparison index for interval ordering based on generalized Hukuhara difference. *Soft Computing*. 2012. Vol. 16. No. 11. P. 1–25.
12. Kosheleva O., Kreinovich V., Pham U. Decision-making under interval uncertainty revisited. *Asian Journal of Economics and Banking*. 2021. Vol. 5. No. 1. P. 79–85.
13. Larson P. D. Relationships between Logistics Performance and Aspects of Sustainability: a Cross-Country Analysis. *Journal of Transport and Supply Chain Management*. 2018. Vol. 12. P. 623–632.
14. Yang T., Wang W. Logistics Network Distribution Optimization Based on Vehicle Sharing. *Sustainability*. 2022. Vol. 14. 2159.
15. Pellicer P. C., Valero F. A. Identification of Reverse Logistics Decision Types from Mathematical Models. *Journal of Industrial Engineering and Management*. 2018. Vol. 11. No. 2. P. 239–249.
16. Douiri L., Jabri A., El Barkany A. Models for Optimization of Supply Chain Network Design Integrating the Cost of Quality: A Literature Review. *American Journal of Industrial and Business Management*. 2016. Vol. 6. No. 8. P. 860–876.
17. Christopher M. Logistics & Supply Chain Management. 5th Edition. Pearson, 2016.
18. Chopra S., Meindl P. Supply Chain Management: Strategy, Planning, and Operation. 7th Edition. Pearson, 2019.
19. Stadtler H., Kilger C., Meyr H. Supply Chain Management and Advanced Planning. Springer, 2015.
20. Kolmogorov A. N., Gabor D. Polynomial models in decision theory. *Acta Mathematica Scientia*. 1958. Vol. 8. P. 123–134.
21. International Energy Agency. Tracking Transport 2020. Paris: IEA, 2020.
22. Dekker R., Bloemhof J., Mallidis I. Operations Research for green logistics – An overview of aspects, issues, contributions and challenges. *European Journal of Operational Research*. 2012. Vol. 219. No. 3. P. 671–679.
23. Zavadskas E. K., Turskis Z., Kildienė S. State of art surveys of overviews on MCDM/MADM methods. *Technological and Economic Development of Economy*. 2014. Vol. 20. No. 1. P. 165–179.
24. Triantaphyllou E. Multi-Criteria Decision Making Methods: A Comparative Study. Springer, 2000.
25. Daskin M. S. Network and Discrete Location: Models, Algorithms, and Applications. 2nd

- Edition. Wiley, 2013.
26. Keeney R. L., Raiffa H. Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs. Cambridge University Press, 1993.
 27. Berman O., Krass D. Facility reliability issues in network design. *Annals of Operations Research*. 2002. Vol. 110. P. 35–50.
 28. Ballou R. H. Business Logistics/Supply Chain Management. 6th Edition. Pearson, 2007.
 29. Hwang C. L., Yoon K. Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications. Springer, 1981.
 30. Saaty T. L. Fundamentals of Decision Making and Priority Theory with the Analytic Hierarchy Process. RWS Publications, 2000.
 31. Bellman R. Dynamic Programming. Princeton University Press, 1957.
 32. Holland J. H. Adaptation in Natural and Artificial Systems. MIT Press, 1975.
 33. Dorigo M., Stützle T. Ant Colony Optimization. MIT Press, 2004.
 34. Moore R. E., Kearfott R. B., Cloud M. J. Introduction to Interval Analysis. SIAM, 2009.
 35. Lodwick W. A., Jamison K. Interval-valued extensions of preference structures for decision-making under uncertainty. *Fuzzy Sets and Systems*. 2010. Vol. 161. P. 2221–2232.
 36. Stefanini L., Bede B. Generalized Hukuhara Differentiability of Interval-valued Functions and Interval Differential Equations. *Nonlinear Analysis*. 2009. Vol. 71. P. 1311–1328.
 37. Безкоровайний В. В., Русскін В. М., Тітов С. В. Математична модель задачі оптимізації логістичних мереж в умовах інтервальної визначеності вхідних даних. *Вісник Харківського національного автомобільно-дорожнього університету*. 2023. № 103. С. 95–103. URL: <http://bulletin.khadi.kharkov.ua/issue/view/17291> (дата звернення: 29.06.2025).
- ### References
1. Beskorovainyi, V., Sudik, A. (2021) Optimization of topological structures of centralized logistics networks in the process of reengineering. *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*, 1 (15), 23–31.
 2. Govindan, K., Fattahi, M., Keyvanshokoo E. (2017) Supply chain network design under uncertainty: A comprehensive review and future research directions. *European Journal of Operational Research*, 263, 108–141.
 3. Jo, D., Kwon, C. (2022) Structure of Green Supply Chain Management for Sustainability of Small and Medium Enterprises. *Sustainability*, 14 (1), 50.
 4. Ye, Y, Wang, J. (2017) Study of logistics network optimization model considering carbon emissions. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 8 (2), 1102–1108.
 5. Furlanetto, B. V. R., Marins, F. A. S., Silva, A. F., Defalque, C. M. (2020) Optimization of a logistics network considering allocation of facilities and taxation aspects. *Gestão & Produção*, 27(4), e4918.
 6. Rubio, S., Jiménez-Parra, B., Chamorro-Mera, A., Miranda, F. J. (2019) Reverse Logistics and Urban Logistics: making a Link. *Sustainability*, 11(20).
 7. Bezkorovainyi, V. V., Nefyodov, L. I., Russkin, V. M. (2021) Mathematical model of structural-topological optimization of logistic networks. *Bulletin of Kharkiv National Automobile and Highway University*, 95.178–184.
 8. Beskorovainyi, V., Draz, O. (2021) Mathematical models of decision support in the problems of logistics networks optimization. *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*, 4 (18), 5–14.
 9. Furtak, A., Błazej, M. (2020) Green supply chain. Developing logistics with care for the. *Acta Universitatis Nicolai Copernici*, 47 (1), 65–73.
 10. Jiang, C., Han, X., Xie, H. (2021) The Basic Principles of Interval Analysis. *Nonlinear Interval Optimization for Uncertain Problems*, 25–34.
 11. Guerra, M. L., Stefanini, L. (2012) A comparison index for interval ordering based on generalized Hukuhara difference. *Soft Computing*, 16 (11), 1–25.
 12. Kosheleva, O., Kreinovich, V., Pham, U. (2021) Decision-making under interval uncertainty revisited. *Asian Journal of Economics and Banking*, 5 (1), 79–85.
 13. Larson, P. D. (2018) Relationships between Logistics Performance and Aspects of Sustainability: a Cross-Country Analysis. *Journal of Transport and Supply Chain Management*, 12, 623–632.
 14. Yang, T., Wang, W. (2022) Logistics Network Distribution Optimization Based on Vehicle Sharing. *Sustainability*, 14, 2159.
 15. Pellicer, P. C., Valero, F. A. (2018) Identification of Reverse Logistics Decision Types from Mathematical Models. *Journal of Industrial Engineering and Management*, 11 (2), 239–249.
 16. Douiri, L., Jabri, A., El Barkany, A. (2016) Models for Optimization of Supply Chain Network Design Integrating the Cost of Quality: A Literature Review. *American Journal of Industrial and Business Management*, 6 (8), 860–876.
 17. Christopher, M. (2016) Logistics & Supply Chain Management. 5th Edition. Pearson.
 18. Chopra, S., Meindl, P. (2019) Supply Chain Management: Strategy, Planning, and Operation. 7th Edition. Pearson.
 19. Stadtler, H., Kilger, C., Meyr, H. (2015) Supply Chain Management and Advanced Planning. Springer.
 20. Kolmogorov, A. N., Gabor, D. (1958) Polynomial models in decision theory. *Acta Mathematica Scientia*, 8, 123–134.
 21. International Energy Agency (2020) Tracking Transport, Paris: IEA.
 22. Dekker, R., Bloemhof, J., Mallidis, I. (2012) Operations Research for green logistics – An overview of aspects, issues, contributions and challenges. *European Journal of Operational Research*, 219 (3), 671–679.
 23. Zavadskas, E. K., Turskis, Z., Kildienė, S. (2014) State of art surveys of overviews on MCDM/MADM methods. *Technological and Eco-*

- nomie Development of Economy*, 20 (1), 165–179.
24. Triantaphyllou, E. (2000) *Multi-Criteria Decision Making Methods: A Comparative Study*. Springer.
 25. Daskin, M. S. (2013) *Network and Discrete Location: Models, Algorithms, and Applications*. 2nd Edition. Wiley.
 26. Keeney, R. L., Raiffa, H. (1993) *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*. Cambridge University Press.
 27. Berman, O., Krass, D. (2002) Facility reliability issues in network design. *Annals of Operations Research*, 110, 35–50.
 28. Ballou, R. H. (2007) *Business Logistics/Supply Chain Management*. 6th Edition. Pearson.
 29. Hwang, C. L., Yoon, K. (1981) *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*. Springer.
 30. Saaty, T. L. (2000) *Fundamentals of Decision Making and Priority Theory with the Analytic Hierarchy Process*. RWS Publications.
 31. Bellman, R. (1957) *Dynamic Programming*. Princeton University Press.
 32. Holland, J. H. (1975) *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. MIT Press.
 33. Dorigo, M., Stützle, T. (2004) *Ant Colony Optimization*. MIT Press.
 34. Moore, R. E., Kearfott, R. B., Cloud, M. J. (2009) *Introduction to Interval Analysis*. SIAM.
 35. Lodwick, W. A., Jamison, K. (2010) Interval-valued extensions of preference structures for decision-making under uncertainty. *Fuzzy Sets and Systems*, 161, 2221–2232.
 36. Stefanini, L., Bede, B. (2009) Generalized Hukuhara Differentiability of Interval-valued Functions and Interval Differential Equations. *Nonlinear Analysis*, 71, 1311–1328.
 37. Bezkorovainyi V. V., Russkin V. M., Titov, S. V. (2023) Mathematical model of the problem of optimization of logistics networks under conditions of interval certainty of input data [Matematychna model zadachi optymizatsii lohistychnykh merezh v umovakh intervalnoi vyznachnosti vkhidnykh danykh]. *Bulletin of the Kharkiv National Automobile and Road University [Visnyk Kharkivskoho natsionalnoho avtomobilno-dorozhnoho universytetu]*, 103, 95–103. Retrived from: <http://bulletin.khadi.kharkov.ua/issue/view/17291> (accessed: 29.06.2025).

Безкоровайний Володимир Валентинович, д-р техн. наук, проф., кафедра системотехніки і прикладної математики, vladimir.beskorovainyi@nure.ua, тел.: +38 050-983-03-29;
Жабський Дмитро Сергійович, магістрант, кафедра прикладної математики, dmytro.zhabskyi@nure.ua, тел.: +38 068-755-65-09;
Сидоров Максим Вікторович, д-р фіз.-мат. наук, проф., кафедра прикладної математики, maxim.sidorov@nure.ua, тел.: +38 (057) 702-14-36

Харківський національний університет радіоелектроніки, пр. Науки, 14, м. Харків, 61166, Україна
Mathematical Model of Ecological and Economic Optimization of Logistics Networks

Abstract. Problem. Modern logistics systems operate under increasing environmental requirements and business social responsibility. Traditional optimization approaches mainly consider economic and time criteria, while ecological aspects remain insufficiently addressed. Moreover, input parameters such as demand, tariffs, and environmental indicators are often uncertain, which complicates the use of classical models. This determines the need for mathematical tools capable of integrating economic, time, and ecological indicators simultaneously under interval uncertainty. **Goal.** The aim is to improve the efficiency of reengineering centralized logistic networks by developing a model of multi-criteria optimization that incorporates interval-based parameters. **Methodology.** The development of the model used the methodology of system design of territorially distributed objects, methods of multi-criteria optimization, utility theories, and decision-making. To compare solution options with vaguely specified input data, the apparatus of interval mathematics was used. **Results.** A mathematical model of three-criteria optimization has been developed, which allows minimizing costs, reducing delivery time, and decreasing environmental impact simultaneously. The algorithm ensures proper ranking of alternatives and increases the reliability of decision-making. **Originality.** Unlike most existing models, the proposed approach simultaneously considers economic, time, and ecological criteria under interval uncertainty, allowing evaluation of networks not only in terms of efficiency but also in compliance with “green logistics” requirements. **Practical value.** The application of the model ensures the resilience of logistics networks to changes in external conditions, reduces costs and emissions, and contributes to the sustainable development of transportation systems.

Key words: multi-criteria optimization, interval uncertainty, logistics network, decision making, reengineering, topological structure.

Bezkorovainyi Volodymyr, professor, Doctor of Sciences, Departments of System Engineering and Applied Mathematics, ORCID: 0000-0001-7930-3984, vladimir.beskorovainyi@nure.ua;
Zhabskyi Dmytro, master's student, Department of Applied Mathematics, dmytro.zhabskyi@nure.ua,
Maxim Sidorov, Doctor of Sciences, Professor, Department of Applied Mathematics, ORCID: 0000-0001-8022-866X, maxim.sidorov@nure.ua
 Kharkiv National University of Radio Electronics, Nauky Ave. 14, Kharkiv, 61166, Ukraine

