

## ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЕДІНКИ ДОВГОМІРНОГО ВАНТАЖУ БАШТОВОГО КРАНА ЗА УМОВИ ОБРИВУ ОДНІЄЇ З ГІЛОК ДВОКАНАТНОГО СТРОПА

Семенченко С. Р., Дорохов М. Ю., Єрмакова С. О.

Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ

**Анотація.** Подано результати дослідження поведінки вантажу баштового крана в разі раптового обриву стропа. Проаналізовано динамічні процеси, що відбуваються з вантажем під час аварійної ситуації, з використанням математичного моделювання та експериментальних методів. Розглянуто коливання вантажу, його траєкторію після обриву стропа та вплив на структурну цілісність крана.

**Ключові слова:** баштовий кран, обрив стропа, потрійний маятник, розгойдування вантажу, математична модель, рівняння Лагранжа, нелінійні диференціальні рівняння.

### Вступ

У попередніх дослідженнях розглянуто коливання вантажу баштового крана після обриву стропа, що змодельовано як подвійний маятник. Встановлено, що маятник з більшою масою визначає динаміку системи, поступово переводячи її до стану одиночного маятника [1].

Проте така модель не бере до уваги взаємодію вантажу із системою кранової підвіски, що суттєво впливає на характер коливань. За умови обриву стропа динаміка вантажу визначається не лише його масою та геометрією підвіски, а й реакцією всієї конструкції крана, зокрема зі стрілою та візком. Можливі додаткові ефекти, такі як резонансні явища або зміна напрямку навантажень, що можуть посилювати чи, навпаки, гасити коливання. Це ускладнює математичне моделювання та потребує розширення дослідження з огляду на нові фактори [2–5].

### Аналіз публікацій

Розглянуто розширену модель руху вантажу, зважаючи на його взаємодію з крановою підвіскою (рис. 1). Проаналізовано нові механізми виникнення та загасання коливань, а також можливі способи їх контролю. Досягнуті результати можуть бути корисними для вдосконалення інженерних методів аналізу безпечності роботи баштових кранів та підвищення ефективності їх експлуатації.

Під час таких робіт однією з основних вимог є безпека. Відповідно до «Правил охорони праці при виконанні вантажно-розвантажувальних робіт», а також вимог НПА ОП 0.00-1.80-18 [6] перед застосуванням підйомних строп відповідальні особи зобов'язані їх оглянути.

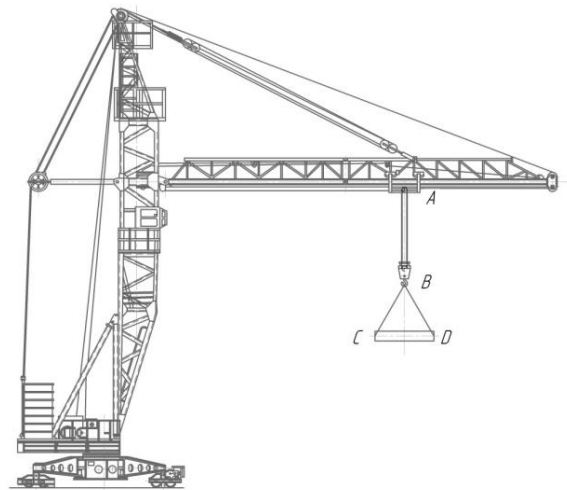


Рис. 1. Схема баштового крана в процесі транспортування вантажу

Нині розробляють різні системи, що функціонують для підвищення безпеки використання баштових кранів. Завдання зменшення хитання вантажу внаслідок розриву канату досліджувало чимало вчених усього світу [7–11].

Водночас необхідно зазначити, що у відомих дослідженнях недостатньо уваги приділено динамічному опису режимів відмов кабельних систем у межах установаження та розв'язування диференційно-алгебраїчних рівнянь (далі – ДАР), що зумовлює актуальність окресленого питання.

### Мета роботи

Застосувати вплив віброгасіння на відносні кути відхилення гнучких розтягнутих ланок потрійного маятника у вертикальній площині.

## Математична модель

Розрахункову схему обриву однієї гілки стропа зображено на рис. 2. Ця схема не бере до уваги розгойдування та провисання стріли крана, тому в точці  $A$  жорстке з'єднання. Ланки  $AB = l_1$ ,  $BC = l_2$  і  $CD = l_3$  є моделями натягнутих невагомих тросових ланок, а точкові маси тіл становлять  $m_B = m_1$ ,  $m_C = m_2$  і  $m_D = m_3$ . У точках підвісу тертя відсутнє. Початкові кути відхилення для кожної ланки:  $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_2 = 0,45379$  і  $\theta_3 = \pi/2$ . Для побудови нелінійної математичної ДАР-моделі скористаємось рівняннями Лагранжа II роду [5]. У нашому випадку узагальнені координати  $q_i$  та узагальнені швидкості  $dq_i/dt$  приймемо відносні кути відхилення натягнутих ниток маятника  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  і  $\theta_3$  та відносні кутові швидкості ланок  $d\theta_1/dt$ ,  $d\theta_2/dt$ ,  $d\theta_3/dt$ .

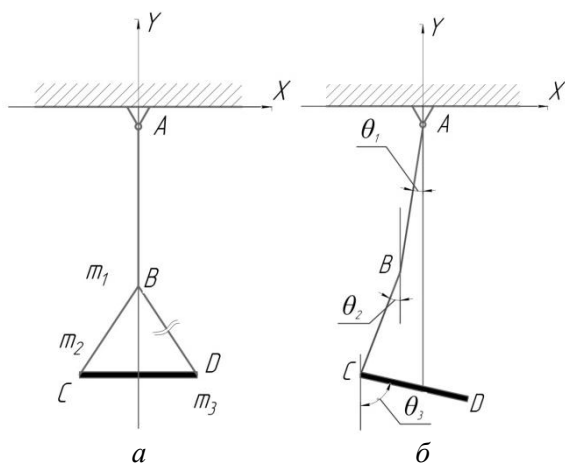


Рис. 2. Модель обриву стропа:  
а – початкове положення;  
б – після обриву одного стропа

Координати мас (у декартових координатах):

$$\begin{aligned} x_1 &= l_1 \sin(\theta_1); \\ y_1 &= -l_1 \cos(\theta_1); \\ x_2 &= x_1 + l_2 \sin(\theta_2); \\ y_2 &= y_1 - l_2 \cos(\theta_2); \\ x_3 &= x_2 + l_3 \sin(\theta_3); \\ y_3 &= y_2 - l_3 \cos(\theta_3). \end{aligned} \quad (1)$$

Швидкості мас:

$$\begin{aligned} v_1^2 &= \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2; \\ v_2^2 &= \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2; \\ v_3^2 &= \dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Кінетична енергія:

$$T = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2). \quad (3)$$

Для першої маси  $m_1$ :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= l_1 \cos(\theta_1) \dot{\theta}_1; \\ \dot{y}_1 &= l_1 \sin(\theta_1) \dot{\theta}_1; \\ v_1^2 &= l_1^2 \dot{\theta}_1^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Для другої маси  $m_2$ :

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= l_1 \cos(\theta_1) \dot{\theta}_1 + l_2 \cos(\theta_2) \dot{\theta}_2; \\ \dot{y}_2 &= l_1 \sin(\theta_1) \dot{\theta}_1 + l_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2; \\ v_2^2 &= l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2). \end{aligned} \quad (5)$$

Для третьої маси  $m_3$ :

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= l_1 \cos(\theta_1) \dot{\theta}_1 + l_2 \cos(\theta_2) \dot{\theta}_2 + \\ &+ l_3 \cos(\theta_3) \dot{\theta}_3; \\ \dot{y}_3 &= l_1 \sin(\theta_1) \dot{\theta}_1 + l_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 + \\ &+ l_3 \sin(\theta_3) \dot{\theta}_3; \\ v_3^2 &= l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + l_3^2 \dot{\theta}_3^2 + \\ &+ 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \\ &+ 2l_2 l_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_2 - \theta_3) + \\ &+ 2l_1 l_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_1 - \theta_3). \end{aligned} \quad (6)$$

Загальна кінетична енергія:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + \\ &+ 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)) + \frac{1}{2} m_3 (l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \\ &+ l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + l_3^2 \dot{\theta}_3^2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \\ &+ 2l_2 l_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_2 - \theta_3) + \\ &+ 2l_1 l_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 \cos(\theta_1 - \theta_3)). \end{aligned} \quad (7)$$

Потенційна енергія:

$$U = m_1 g y_1 + m_2 g y_2 + m_3 g y_3. \quad (8)$$

Лагранжіан:

$$L = T - U. \quad (9)$$

Рівняння Ейлера – Лагранжа:

– загальний вигляд для  $\theta_1$

$$\begin{aligned} m_1 l_1^2 \ddot{\theta}_1 + m_2 (l_1^2 \ddot{\theta}_1 + l_1 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) - \\ - l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)) + m_3 (l_1^2 \ddot{\theta}_1 + \\ + l_1 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) - \\ - l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \\ + l_1 l_3 \ddot{\theta}_3 \cos(\theta_1 - \theta_3) - \\ - l_1 l_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 \sin(\theta_1 - \theta_3)) = \\ = -m_1 g l_1 \sin(\theta_1) - m_2 g l_1 \sin(\theta_1) - \\ - m_3 g l_1 \sin(\theta_1). \end{aligned} \quad (10)$$

– загальний вигляд для  $\theta_2$

$$\begin{aligned} m_2 l_2^2 \ddot{\theta}_2 + m_2 l_1 l_2 (\ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - \\ - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)) + m_3 (l_2^2 \ddot{\theta}_2 + \\ + l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - \\ - l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \\ + l_2 l_3 \ddot{\theta}_3 \cos(\theta_2 - \theta_3) - \\ - l_2 l_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \sin(\theta_2 - \theta_3)) = \\ = -m_2 g l_2 \sin(\theta_2) - m_3 g l_2 \sin(\theta_2). \end{aligned} \quad (11)$$

– загальний вигляд для  $\theta_3$

$$\begin{aligned} m_3 l_3^2 \ddot{\theta}_3 + m_3 l_2 l_3 (\ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2 - \theta_3) - \\ - \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \sin(\theta_2 - \theta_3)) + \\ + m_3 (l_1 l_3 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_3) - \\ - l_1 l_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 \sin(\theta_1 - \theta_3)) = \\ = -m_3 g l_3 \sin(\theta_3). \end{aligned} \quad (12)$$

Щоб отримати систему рівнянь у наведеному вигляді, необхідно здійснити кілька припущень і спрощень. Потрібно знехтувати кінетичною взаємодією між маятниками. У вихідній системі рівнянь присутні члени, що залежать від похідних кутів  $\dot{\theta}_i \dot{\theta}_j$  та інерційної взаємодії через  $\ddot{\theta}_j$ . Якщо ці компоненти ігнорувати, система значно спрощується. Також варто відокремити вплив сил тяжіння та взаємодії через синуси. У спрощеній системі беруться до уваги лише гравітаційні сили ( $g$ ) та взаємодія між кутами, яка визначається синусами, що залежать від відносного кута між маятниками  $(\theta_i - \theta_j)$ .

Крім того, необхідно зважати на спрощення через відношення довжин маятників. У системі з'являються коефіцієнти  $l_2/l_1, l_3/l_1$  тощо, які є результатом нормування сил відповідно до відносних довжин маятників. Наступним кроком є знехтування динамічними ефектами моментів інерції. У вихідній системі беруться до уваги моменти інерції, що визначаються масами  $m_i$  і довжинами  $l_i$  маятників. Уникнення цих ефектів також спрощує рівняння.

Останнє спрощення полягає в припущенні, що  $\ddot{\theta}_j$  не впливають один на одного. У вихідній системі  $\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3$  взаємопов'язані, але в наведеній системі взаємозв'язок між цими величинами не береться до уваги, оскільки розглядаються лише незалежні кути. Такий підхід дає змогу отримати систему рівнянь у значно спрощеній формі.

Після всіх перетворень та спрощень система має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 = -\frac{g}{l_1} \left[ (m_1 + m_2 + m_3) \sin(\theta_1) + \frac{(m_2 + m_3) l_2}{l_1} \times \right. \\ \left. \times \sin(\theta_1 - \theta_2) + \frac{m_3 l_3}{l_1} \sin(\theta_1 - \theta_2) \right]; \\ \ddot{\theta}_2 = -\frac{g}{l_2} \left[ (m_2 + m_3) \sin(\theta_2) + \frac{m_3 l_3}{l_2} \sin \times \right. \\ \left. \times (\theta_2 - \theta_3) + \frac{(m_1 + m_2 + m_3) l_1}{l_2} \sin(\theta_2 - \theta_1) \right]; \\ \ddot{\theta}_3 = -\frac{g}{l_3} \left[ m_3 \sin(\theta_3) + \frac{(m_2 + m_3) l_2}{l_3} \times \right. \\ \left. \times \sin(\theta_3 - \theta_2) + \frac{(m_1 + m_2 + m_3) l_1}{l_3} \sin(\theta_3 - \theta_1) \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Після спрощень, описаних раніше, отримана система рівнянь розраховуватиме коливання потрібного маятника теоретично нескінченно довго. Це зумовлено тим, що в такій моделі відсутні механізми, які б імітували реальні втрати енергії, наприклад, через тертя або опір повітря. Насправді будь-яка система з часом втрачає енергію, що призводить до поступового загасання коливань. Щоб наблизити математичну модель до фізичної реальності, у кожне рівняння системи додається декремент загасання коливань.

Цей коефіцієнт вводиться у вигляді добутку  $b_i$  та першої похідної кута відхилення

маятника  $\dot{\theta}_i$ . Для кожного рівняння із системи індекс  $i$  відповідає індексу кута відхилення маятника. Отже, додатковий член  $b_i \dot{\theta}_i$  бере до уваги втрати енергії в системі, що дає змогу моделювати поступове зменшення амплітуди коливань маятників.

Значення декрементів  $b_i$  обирають відповідно до експериментальних показників і результатів, отриманих для відхилення кутів маятників у реальних умовах. Це означає, що параметри  $b_i$  підбираються так, щоб змодельовані коливання найкраще відповідали динаміці реальної фізичної системи. Введення таких коефіцієнтів дає змогу зробити модель не лише більш реалістичною, але й значно корисною для аналізу поведінки маятника в умовах, наближених до реальних.

З огляду на декременти загасання система має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 = & -\frac{g}{l_1} \left[ (m_1 + m_2 + m_3) \sin(\theta_1) + \frac{(m_2 + m_3) l_2}{l_1} \times \right. \\ & \times \sin(\theta_1 - \theta_2) + \left. \frac{m_3 l_3}{l_1} \sin(\theta_1 - \theta_2) \right] - b_1 \dot{\theta}_1; \\ \ddot{\theta}_2 = & -\frac{g}{l_2} \left[ (m_2 + m_3) \sin(\theta_2) + \frac{m_3 l_3}{l_2} \sin \times \right. \\ & \times (\theta_2 - \theta_3) + \left. \frac{(m_1 + m_2 + m_3) l_1}{l_2} \times \right. \\ & \times \sin(\theta_2 - \theta_1) \left. \right] - b_2 \dot{\theta}_2; \\ \ddot{\theta}_3 = & -\frac{g}{l_3} \left[ m_3 \sin(\theta_3) + \frac{(m_2 + m_3) l_2}{l_3} \times \right. \\ & \times \sin(\theta_3 - \theta_2) + \left. \frac{(m_1 + m_2 + m_3) l_1}{l_3} \times \right. \\ & \times \sin(\theta_3 - \theta_1) \left. \right] - b_3 \dot{\theta}_3. \end{aligned} \quad (14)$$

Унаслідок використання системи (14) отримано залежність кутів відхилення від часу маятника після обриву однієї гілки стропа (рис. 3).

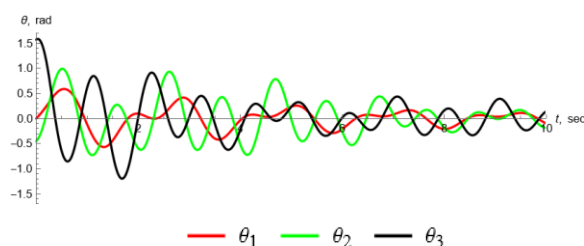


Рис. 3. Зміна кутів відхилення елементів маятника з постійною довжиною підвісу

Після отримання графіків залежності кутів відхилення маятників від часу було проаналізовано поведінку системи. Запропоновано два варіанти зменшення коливань: підняття вантажу та його опускання. Ці варіанти спрямовані на зміну розподілу маси маятників, що впливає на їх динаміку та швидкість загасання коливань.

Для кожного з цих варіантів було обчислено нові рівняння руху з огляду на змінені параметри, зокрема довжину першої ланки маятника та її маси. Унаслідок розрахунків отримано нові графіки зміни кутів відхилення маятників (рис. 4 та 5). Ці графіки показують значну зміну амплітуди та періоду коливання. Натомість у процесі опускання вантажу спостерігалось збільшення цих параметрів, що вказує на зростання енергії, накопиченої в системі.

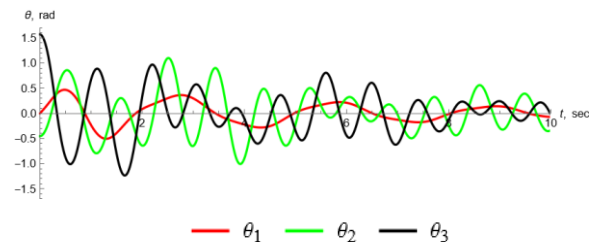


Рис. 4. Зміна кутів відхилення елементів маятника під час опускання вантажу

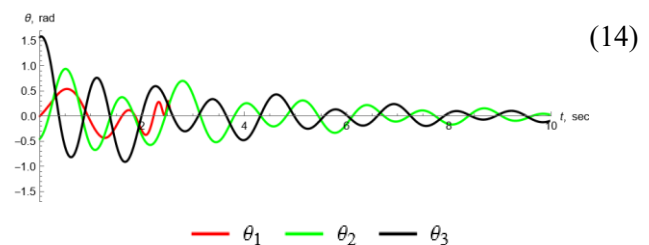


Рис. 5. Зміна кутів відхилення елементів маятника під час піднімання вантажу

Крім того, результати продемонстрували, що кожен маятник тепер загасає швидше, а загасання всієї системи загалом відбувається значно інтенсивніше. Підняття вантажу сприяє наведенню до системи подвійного маятника, що ілюструє графік кутів відхилення (рис. 5), який дуже схожий на отриманий у попередніх розрахунках.

Це свідчить про ефективність запропонованих підходів до оптимізації динаміки системи.

Підняття вантажу дає змогу краще контролювати розподіл енергії в системі, що приводить до швидшого її розсіювання через механізми загасання, зокрема тертя або опір. Такий підхід дає змогу досягти бажаних ре-

зультатів щодо стабілізації системи й мінімізації коливань у реальних умовах.

### Результати та їх обговорення

Результати показали, що кожен маятник загасає швидше, коли вантаж піднімається, а загасання всієї системи загалом відбувається значно інтенсивніше. Це свідчить про ефективність запропонованих підходів до оптимізації динаміки системи. Підняття вантажу дає змогу краще контролювати розподіл енергії в системі, що сприяє швидшому її розсіюванню через укорочення підвісу та тертя або опір. Такий підхід допомагає досягти бажаних результатів щодо стабілізації системи й мінімізації коливань у реальних умовах.

Результати дослідження дають змогу проаналізувати поведінку вантажу після обриву стропа, що є аварійною ситуацією; запровадити підвищені критерії перевірки обладнання перед експлуатацією та безумовне дотримання всіма правил безпеки. Також у процесі аналізу поведінки вантажу можна скласти план дій, які має виконати кранівник у разі обриву стропа.

Результат у вигляді відносних кутів відхилення отримано внаслідок розв'язання системи диференціальних рівнянь (14) і є окремим випадком розв'язку. Оскільки система диференціальних рівнянь описує коливання подвійного маятника незалежно від тертя, то ця система рухатиметься нескінченно довго й загасання системи імітується введенням коефіцієнтів  $b_i\theta_i$ , що є наближеним розв'язком системи.

Основними обмеженнями цього методу є розгляд системи потрійного маятника не як спільного руху маятників, а трьох окремих маятників, з'єднаних послідовно з огляду на їх взаємний вплив у перехідні моменти коливань, оскільки маятники рухаються в протифазі. Також у розглянутому методі маятники є зосередженою масою на кінцях невагомих нерозтяжних підвісів.

Значний вплив на науково-дослідницьку діяльність в Україні має запровадження воєнного стану. Через закриття деяких доріг і залізниць виникли труднощі з доставкою обладнання та матеріалів для експерименту. Також складніше було забезпечити безпеку учасників дослідження під час їх пересування. Блокування деяких інтернет-ресурсів обмежило доступ до необхідної інформації. Аналізувати досягнуті результати було складніше через зміну настрою учасників. Воєнний стан призвів до підвищення тривоги

та стресу в багатьох людей, що могло вплинути на результати. Незважаючи на ці труднощі, дослідження було проведено в повному обсязі.

Напрямок подальшої роботи полягає у виділенні основних перехідних моментів затухання коливань дволанкового математичного маятника, а саме часу, коли величина кута відхилення приймає максимальне значення – екстремуми.

Перспективою подальших випробувань є розширення обсягу дослідження, а саме розгляд баштового крана загалом, аналіз поведінки вишки, стріли та візка в момент розриву стропа.

### Висновки

У роботі побудовано й чисельно проаналізовано нелінійну математичну модель потрійного математичного маятника, що коливається у вертикальній площині під дією сил тяжіння на прикладі обриву однієї гілки стропа в процесі транспортування довгомірного вантажу.

З аналізу проведеного математичного експерименту виявлено взаємний вплив кутів відхилення маятників унаслідок значної різниці мас. За отриманими значеннями відносних кутів відхилення видно, як кількість і амплітуда коливань стає дедалі меншою з часом у процесі піднімання вантажу.

Напрямою подальших досліджень є виділення основних перехідних моментів затухання коливання потрійного математичного маятника, а саме час, коли величина кута відхилення приймає максимальне значення – екстремуми.

Як показало чисельне моделювання окремого випадку загасального коливання потрійного маятника, за умови повного підйому підвіски маятник втрачає одну ланку та приймає вигляд дволанкового, що значно зменшує хаотичність руху й складність системи.

### Література

1. Semenchenko, S., & Dorokhov, M. (2024). Research and analysis of tower crane load behavior when the rope breaks. *Technology Audit and Production Reserves*, 21(76), 12–15. <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2024.302248>
2. Стукаленко М. І. Підвищення надійності утримання вантажу при обриві каната в мостовому крані. *Промислова безпека*. 2009. № 5. С. 21–25.
3. Ловейкін В. С., Нестеров А. П. Динамічна оптимізація підйомних машин. Луганськ: Вид-во СНУ. 2002. 368 с.

4. Ловеїкін В. С., Ромасевич Ю. О. Комплексний синтез оптимального керування рухом вантажопідйомного крана. *Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні: Український міжсвідомчий науково-технічний збірник*. 2011. Вип. 45. С. 385–399.
5. Шамолін М. В. Динамічні системи зі змінною дисипацією: підходи, методи, застосування. *Фундаментальна та прикладна математика*. 2008. Вип. 3, Вип. 14. С. 32–37.
6. Правила охорони праці під час експлуатації підйомних кранів, підйомних пристроїв та відповідного обладнання: НПАОП 0.00-1.80-18: замінює НПАОП 0.00-1.01-07: затв. Міністерство соціальної політики України 19.01.2018. Київ: Міністерство соціальної політики України, 2018. 214 с.
7. Espindola R., DelValle G., Pineda Hernández G., I., Muciño D., Díaz P., Guijosa S. The double pendulum of variable mass: Numerical study for different cases. *J. Phys. Conf. Ser.* 1221(012049), 1–8 (2019). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1221/1/012049>
8. Kwiathowski R, Hoffmann TJ, Kolodziej A. Dynamics of a Double Mathematical Pendulum with Variable Mass in Dimensionless Coordinates *Procedia Engineering* 2017; 177: 439–443. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.02.242>
9. Dong Li, Tianhu X., Guowe Li, Jingfeng Y., Songming H. Adaptive coupling tracking control strategy for double-pendulum bridge crane with load hoisting/lowering. *Nonlinear Dyn* (2024). <https://doi.org/10.1007/s11071-024-09474-2>
10. Big-Alabo A, Chuku MT. Stability, bifurcation, and large-amplitude vibration analysis of a symmetric magnetic spherical pendulum. *Science Progress*. 2025;108(1). <https://doi.org/10.1177/00368504251315805>
11. Radomski AP, Sierociński DJ, Chiliński BD. Proposition of a structural health monitoring model for a concept of an innovative variable mass pendular tuned mass damper. *Diagnostyka*. 2024;2024201. <https://doi.org/10.29354/diag/185458>
- Ukrainian Interdepartmental Scientific and Technical Collection. 2011. Issue 45. P. 385–399.
5. Shamolin M. V. Dynamic systems with variable dissipation: approaches, methods, applications. *Fundamental and Applied Mathematics*. 2008. Issue 3, Issue 14, P. 32–37.
6. Occupational safety rules during the operation of cranes, lifting devices and related equipment: NPAOP 0.00-1.80-18: replaces NPAOP 0.00-1.01-07: approved by the Ministry of Social Policy of Ukraine on January 19, 2018. Kyiv: Ministry of Social Policy of Ukraine, 2018. 214 p.
7. Espindola, R., DelValle, G., Pineda, Hernández G., I., Muciño, D., Díaz, P., Guijosa, S. The double pendulum of variable mass: Numerical study for different cases. *J. Phys. Conf. Ser.* 1221(012049), 1–8 (2019) <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1221/1/012049>
8. Kwiathowski R, Hoffmann TJ, Kolodziej A. Dynamics of a Double Mathematical Pendulum with Variable Mass in Dimensionless Coordinates *Procedia Engineering* 2017; 177: 439–443. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.02.242>
9. Dong Li, Tianhu X., Guowe Li, Jingfeng Y., Songming H. Adaptive coupling tracking control strategy for double-pendulum bridge crane with load hoisting/lowering. *Nonlinear Dyn* (2024). <https://doi.org/10.1007/s11071-024-09474-2>
10. Big-Alabo A, Chuku MT. Stability, bifurcation, and large-amplitude vibration analysis of a symmetric magnetic spherical pendulum. *Science Progress*. 2025; 108(1). <https://doi.org/10.1177/00368504251315805>
11. Radomski AP, Sierociński DJ, Chiliński BD. Proposition of a structural health monitoring model for a concept of an innovative variable mass pendular tuned mass damper. *Diagnostyka*. 2024;2024201. <https://doi.org/10.29354/diag/185458>

## References

1. Semenchenko, S., & Dorokhov, M. (2024). Research and analysis of tower crane load behavior when the rope breaks. *Technology Audit and Production Reserves*, 21(76), 12–15. <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2024.302248>
2. Stukalenko M. I. Increasing the reliability of cargo retention in the event of a rope break in a bridge crane. *Industrial Safety*. 2009. No. 5. P. 21–25.
3. Loveikin V. S., Nesterov A. P. Dynamic optimization of lifting machines. Lugansk: Publishing House of the SNU named after. 2002. 368 p.
4. Loveikin V. S., Romasevich Yu. O. Complex synthesis of optimal control of the movement of a lifting crane. *Automation of production processes in mechanical engineering and Instrumentation:*

**Семенченко Станіслав Романович**, аспірант, кафедра підйомно-транспортних і металургійних машин, e-mail: [kulikstas00@gmail.com](mailto:kulikstas00@gmail.com), тел. 0959226106, ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-9458-6988>;

**Дорохов Микола Юрійович**, кандидат технічних наук, доцент, кафедра підйомно-транспортних і металургійних машин, e-mail: [dorokhovptmddma@gmail.com](mailto:dorokhovptmddma@gmail.com), тел. 0957779577, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5458-4211>;

**Єрмакова Світлана Олександрівна**, кандидат технічних наук, кафедра підйомно-транспортних і металургійних машин, e-mail: [svetlanayermakovaddmptm@gmail.com](mailto:svetlanayermakovaddmptm@gmail.com), тел. 099-450-78-70, ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-2582-557X>.  
Донбаська державна машинобудівна академія, вул. Академічна, 72, м. Краматорськ, Донецька обл., Україна, 84313;  
тимчасова адреса до завершення дії воєнного стану: вул. Руська 56, м. Тернопіль, Україна, 46001

### Study of the behavior of a long-dimension tower crane load in the event of a break in one of the branches of a double-rope sling

**Abstract. Problem.** Ensuring the safe operation of tower cranes and preventing emergency situations remains a critical issue in construction and industrial applications. Despite the implementation of mandatory safety measures regulated by relevant standards, the breakage of one branch of a double-rope sling can still occur due to dynamic loads during crane operation or human errors, such as incorrect load securing by a slinger or inattention by the crane operator. Additionally, hidden internal defects or unnoticed structural damage in the sling pose further risks. The main challenge is the occurrence of chaotic oscillations of the load, which negatively affect the stability of the crane and overall work safety. **Goal.** The objective of this study is to analyze the dynamic behavior of a tower crane load in the event of a sling breakage and to develop a mathematical model that accurately describes load oscillations under these conditions. **Methodology.** A method based on dynamic modeling using differential-algebraic equations is applied to simulate the breakage modes of cable systems. This approach enables a more precise representation of the load behavior when a sling branch fails. **Results.** The study demonstrates that the proposed method significantly enhances the accuracy of the mathematical model of a triple mathematical pendulum, making it closely resemble the real oscillations of the load during a sling breakage. The approach exhibits high sensitivity to changes in load behavior and ensures a rapid response to a rope failure. **Originality.** This research introduces a refined dynamic modeling technique for analyzing the effects of a sling breakage on a tower crane load.

The developed model effectively captures the complexity of load oscillations, offering an improved understanding of crane operation under emergency conditions. **Practical value.** The results of this study can be utilized in the development and operational procedures of tower cranes to enhance safety. The proposed method provides accurate data on load behavior and enables timely detection of a rope break, making it a highly effective and reliable tool for improving work safety compared to existing approaches.

**Keywords:** tower crane, sling breakage, triple pendulum, load swing, Lagrange equation, nonlinear differential equations.

**Semenchenko Stanislav**, PhD Student, Department of Lifting and Transport and Metallurgical Machines, e-mail: [kulikstas00@gmail.com](mailto:kulikstas00@gmail.com), phone: 0959226106,

ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-9458-6988>;

**Dorokhov Mykola**, PhD, Associate Professor Department of Lifting and Transport and Metallurgical Machines,

e-mail: [dorokhovptmddma@gmail.com](mailto:dorokhovptmddma@gmail.com),

phone: 0957779577,

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5458-4211>;

**Yermakova Svitlana**, PhD, Department of Lifting and Transport and Metallurgical Machines, e-mail:

[svetlanayermakovaddmptm@gmail.com](mailto:svetlanayermakovaddmptm@gmail.com),

phone: 099-450-78-70,

ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-2582-557X>.

Donbass State Engineering Academy,

St. Akademichna, 72, Kramatorsk,

Donetsk region, Ukraine, 84313;

temporary address until martial law ends:

St. Ruska, 56, Ternopil, Ukraine, 46001