

БУДІВНИЦТВО ТА ЦИВІЛЬНА ІНЖЕНЕРІЯ

УДК 556.536

DOI: 10.30977/BUL.2219-5548.2025.108.0.211

ВПЛИВ ПОХИЛУ ДНА ПРИЗМАТИЧНОГО РУСЛА
НА ДОВЖИНУ ГІДРАВЛІЧНОГО СТИБКА

Біловол О. В., Авершин А.Г.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Анотація. На основі рівняння різкозмінного руху води у відкритих руслах здійснено теоретичний аналіз впливу похилу вихідної ділянки спрягальної споруди на довжину гідравлічного стрибка в разі його утворення. Розглянуто вихідну ділянку у вигляді каналу прямокутного перерізу. Отримано формули для широкого та гідравлічно оптимального каналів.

На підтвердження отриманих результатів проведено чисельне моделювання потоку за одноступінчастим перепадом за різних нахилів русла на основі рівнянь руху реальної рідини.

Ключові слова: рівняння різкозмінного руху у відкритих руслах, рівняння реальної рідини, чисельне моделювання, гідравлічний стрибок.

Вступ

Виникнення гідравлічного стрибка у процесі переходу потоку з бурхливого до спокійного стану часто відбувається в спорудах дорожнього водовідведення, що суттєво впливає на їхню надійність і може спричинити руйнування [1, 2]. Визначення заходів щодо усунення негативних наслідків стрибка є важливим завданням інженерного проектування дорожнього водовідведення.

Існують труднощі, пов'язані з недосконалим визначенням геометричних характеристик гідравлічного стрибка, насамперед його довжини, через використання емпіричних формул, а також з лабораторним і чисельним моделюванням.

Найменш вивченим є вплив похилу вихідної ділянки за перепадом або швидкотоком, на довжину стрибка в разі його виникнення. Історично це пов'язано з тим, що до останнього часу не існувало рівняння різкозмінного руху, яке б дозволяло визначити вільну поверхню стрибка на основі гідравлічного підходу.

Поява рівняння різкозмінного руху в призматичних руслах дала можливість дослідити аналітичними методами вплив різних гідравлічних характеристик потоку, зокрема похилу русла, на форму поверхні потоку. Цей гідравлічний підхід до вивчення гідравлічного стрибка пройшов перевірку на основі чисельного моделювання потоку води за одноступінчастим перепадом. Було розглянуто як досконалий, так і хвилястий стрибки. Здійснено порівняльний аналіз результатів гідравлічного та чисельного моделювання.

Перевагою чисельного моделювання є те, що, крім форми вільної поверхні, можна отримати структуру всієї течії, за якою можна визначити небезпечні ділянки русла [3–5].

Аналіз публікацій

Історично гідравліка відкритих русел обмежувалась послідовним вивченням плавномізмних потоків. Поширення гідравлічного підходу на різкозмінний рух, прикладом якого є таке небезпечне явище, як гідравлічний стрибок, дозволило отримати аналітичні залежності для форми вільної поверхні стрибка [2].

Складнощі з експериментальним підтвердженням результатів певною мірою були подолані завдяки чисельному моделюванню руху реальної рідини за одноступінчастим перепадом [1].

Застосування чисельних методів для моделювання гідравлічного стрибка є важливим етапом для дослідження цього складного гідравлічного явища [6–8].

Чисельні методи дозволяють аналізувати вплив різноманітних факторів на роботу споруд поверхневого водовідведення, а також прогнозувати процеси гідравлічних систем.

Застосування чисельних методів дає можливість отримувати детальну інформацію про гідравлічний стрибок, що є важливим для проектування споруд дорожнього водовідведення та для аналізу їхньої безпеки [9–11].

Мета та постановка завдання

Мета цього дослідження полягає у визначенні впливу похилу дна русла на довжину

гідравлічного стрибка, що виникає на вихідній ділянці за спрягальною спорудою. Дослідження спрямоване на демонстрацію можливостей гідравлічних методів під час розв'язання задач, які пов'язані з різкозмінними потоками у відкритих руслах, а також на перевірку отриманих результатів і висновків сучасними методами чисельного моделювання.

Методологічною основою дослідження є використання рівняння різкозмінного руху води в призматичному руслі в ліанеризованому вигляді та отримання основних аналітичних залежностей, які можна використовувати на етапі проєктування споруд поверхневого водовідведення.

Розглянемо два випадки: широке русло, що дає можливість нехтувати впливом бокових стінок, і вузьке русло з гідравлічно оптимальним перерізом.

Розглянемо загальне рівняння різкозмінного руху [2] в призматичному руслі:

$$\beta \frac{\alpha v^2}{g} \frac{d^2 h}{dl^2} - \frac{dE}{dh} \frac{dh}{dl} + i - I = 0,$$

де E – питома енергія перерізу; i – похил дна; I – гідродинамічний похил; α і β – коефіцієнти, що враховують нерівномірність розподілу швидкостей і сил інерції.

Для отримання рівняння вільної поверхні в гідравлічному стрибку $h = h(l)$ скористаємося його ліанеризованою версією в безрозмірних змінних:

$$\frac{d^2 h}{dl^2} + 2b \frac{dh}{dl} + k^2 h = 0,$$

де h – відхилення глибини потоку від нормальної глибини h_0 ; l – відстань до живого перерізу потоку, що розраховується від початку стрибка та належить до нормальної глибини.

Сталі коефіцієнти рівняння визначаються за формулами

$$2b = 32\sqrt{3}ix \frac{h_0}{h_k} \frac{h_0}{h'} \left(1 - \frac{h'}{h_0}\right)^2,$$

$$k^2 = 128\sqrt{3}i^2 x^2 \frac{h_0}{h_k},$$

де x – гідравлічний показник русла, h_k, h' – критична та менша спряжена глибин.

Математична модель гідравлічного стрибка передбачає також початкові умови у вигляді

$$h(l=0) = h', \frac{d^2 h}{dl^2}(l=0) = 0.$$

Остання з цих умов полягає в тому, що на початку стрибка увігнута крива підпору переходить в його опуклу криву, характерну для передньої частини гідравлічного стрибка. Тобто отримуємо точку перегину.

Вплив похилу дна вихідної ділянки спрягальної споруди на довжину гідравлічного стрибка

Найменш вивченою характеристикою гідравлічного стрибка є його довжина. З практичного погляду найцікавішою є довжина досконалого стрибка, який спостерігається за умови, що $b > k$. Його довжина

$$l_{\text{стр}} \approx \frac{h_0}{b}.$$

Спочатку розглянемо випадок широкого прямокутного русла, в якому ефектами на краях живого перерізу можна нехтувати і вважати, що гідравлічний радіус дорівнює нормальній глибині. За сталої питомої витрати q з рівняння критичного стану

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}},$$

рівняння рівномірного руху

$$q = h_0 W \sqrt{i}$$

і формули Манінга для швидкісної характеристики

$$W = \frac{1}{n} h_0^{\frac{2}{3}}$$

отримуємо

$$\frac{h_0}{h_k} = \left(\frac{gn^2}{\alpha} \right)^{0,3} h_k^{0,1} l^{-0,3},$$

де n – коефіцієнт шорсткості русла.

З рівняння гідравлічного стрибка в прямокутному руслі отримуємо співвідношення

$$\frac{h'}{h_0} = 0,5 \left(\sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_k}{h_0} \right)^3} - 1 \right).$$

Застосувавши формулу для коефіцієнта b , отримаємо залежність довжини гідравлічного стрибка від похилу дна русла:

$$l_{ср} \approx i^{0,1}.$$

За тією самою схемою можна отримати залежність довжини стрибка від похилу русла за сталої витрати для гідравлічно оптимального каналу прямокутного перерізу. Оскільки в цьому випадку ширина русла у два рази перевищує його глибину, маємо

$$l_{ср} \approx i^{\frac{1}{7}}.$$

На основі останніх формул для довжини стрибка можна дійти висновку, що зі зменшенням ширини русла, як порівняти з його глибиною, довжина стрибка залежить до зміни похилу русла.

Похил русла майже не впливає на довжину гідравлічного стрибка. Суттєві відмінності можна спостерігати в руслах, подібних до горизонтальних, коли утворюються високі досконалі стрибки.

Чисельне моделювання гідравлічного стрибка

Обчислювальна гідродинаміка (CFD) є інструментом для моделювання таких двофазних потоків, як гідравлічні стрибки [4]. Чисельне моделювання двофазного потоку вода-повітря в усталеному та нестационарному режимах здійснювалося за допомогою програмного пакета OpenFOAM.

Співіснування і взаємодія декількох рідин та спосіб визначення межі розподілу між ними є першочерговими елементами чисельного моделювання багатофазних течій.

Для моделювання цього явища необхідно розробити складні алгоритми, стабільність і точність яких суттєво впливають на кінцеві результати процесу. Методи відстеження поверхні поділяються на дві групи підходів: поверхневі та об'ємні методи. З одного боку, поверхневі методи визначають вільну межу розділу за допомогою лагранжевого підходу, тобто відстеження набору частинок-маркерів поверхні, або ейлерового підходу, тобто застосування функцій, які визначають положення вільної поверхні.

Ці методи створюють топологічні проблеми під час роботи з деформованими потоками та розривами. З цієї причини вони не є придатними для моделювання гідравлічних стрибків [4].

Об'ємні методи більш придатні для цього явища, але вони не чітко визначають межі розділу потоку. Замість цього, у модель необхідно ввести метод відстеження поверхні. Деякі моделі використовують підхід Ейлера-Лагранжа (метод «частинка на рідині»), який поєднує ейлерову роздільну здатність потоку з відстеженням частинок. Однак у тривимірних моделях велика кількість необхідних частинок робить обчислювальну вартість цього підходу непомірно високою. З цієї причини в цій моделі використовується ейлерівський підхід [9, 10].

Він є більш ефективним щодо обчислень, оскільки використовується лише одна змінна величина для кожного елемента сітки. Цією змінною є індикаторна властивість (α), яка визначає частку певної рідини в кожному елементі сітки [11, 12].

В'язка турбулентна течія описується рівняннями Нав'є-Стокса в області з рухомими межами [11]. Для чисельного інтегрування рівнянь Нав'є-Стокса використано скінченно-різницеву схему променевого прогрівання [8,9].

Розрахункова область побудована у двох вимірах. Модель має розміри $0,7 \text{ м} \times 8\text{--}12 \text{ м}$ (рис. 1)..

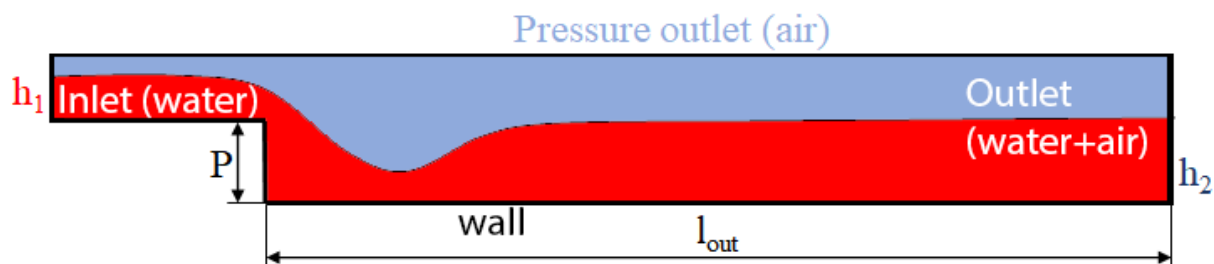


Рис. 1. Схема розрахункової області гідравлічного стрибка

Розрахункова область описувалася шестигранною сіткою з приблизною кількістю 300×10^3 вузлів з кластерами біля твердих поверхонь для опису примежового шару

Граничні умови, необхідні для виникнення гідравлічного стрибка, містять надкритичну течію на вході (глибина h_1), підкритичну течію на виході (глибина h_2), гладке дно та бічні стінки, а також відкриту область над течією (рис. 1). Надкритична течія виникає, коли швидкість потоку перевищує швидкість хвилі.

Аналіз результатів дослідження

Результати чисельного моделювання перепадів у каналі наведені на рис. 2–4.

На рис. 2 наведено схему ідеального гідравлічного стрибка за уступом за постійного ухилу каналу $i = 0,0025$. Нестационарний рух спостерігається переважно всередині поверхневого вальця.

Стрибок розташований близько до стиснутої області. Візуальний аналіз результатів моделювання дозволяє дійти висновку, що досягається стабілізація гідравлічного стриб-

ка (рис. 2). Водночас спостерігаються всі визначальні ознаки такого стрибка, зокрема компактний і стабільний вид, низьке хвилеутворення, поступова деаерація бульбашок, вихроутворення всередині валу, відсутність відриву потоку у вхідному струмені тощо.

На рис. 3 наведено схему стаціонарного хвилеподібного стрибка в руслі із сталим нахилом $i = 0,00275$, що віддалений від стиснутого перерізу на більшу відстань, як порівняти з досконалим стрибком. Стрибок складається з однієї хвилі. Потім потік стає докритичним, тобто з меншими швидкостями та більшою глибиною.

На рис. 4 наведено схему стаціонарного хвилеподібного стрибка в руслі зі сталим нахилом $i = 0,003$, що віддалений від стиснутої області на більшу відстань, як порівняти з попереднім хвилеподібним стрибком. Стрибок складається з двох хвиль. Потім потік стає докритичним, тобто з меншими швидкостями та більшою глибиною потоку.

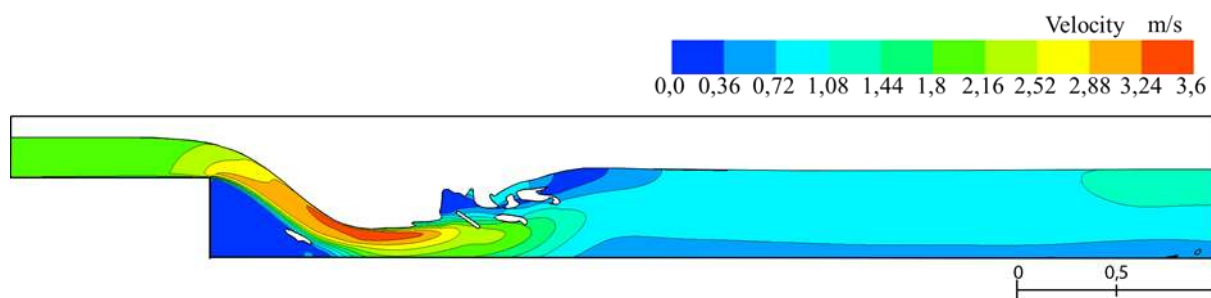


Рис. 2. Поле швидкості в ідеальному стрибку ($i = 0,0025$)

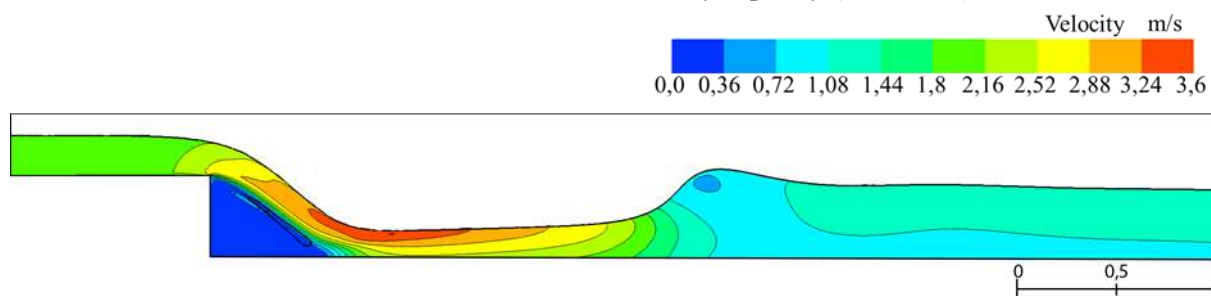


Рис. 3. Поле швидкості у хвилястому стрибку ($i = 0,00275$)

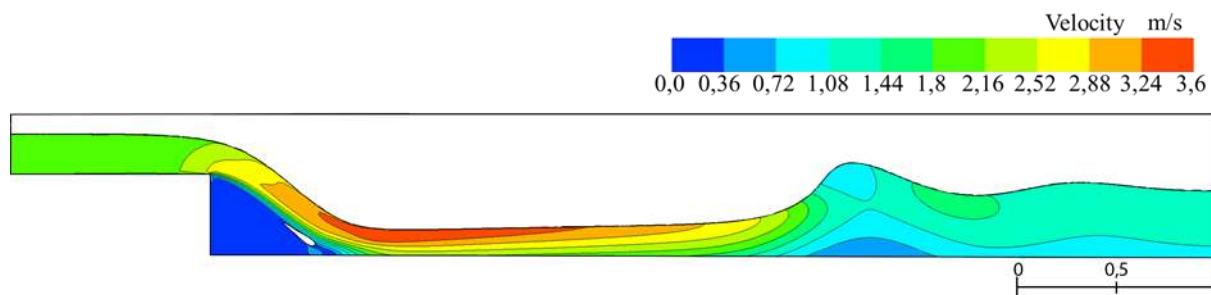


Рисунок 4. Поле швидкості у хвилястому стрибку ($i = 0,003$)

Під час аналізу перепадів з ухилом $i = 0,0025...0,003$ визначено перехід від ідеального до хвилястого стрибка.

Спостерігається зменшення середньої та донної швидкостей за перепадом до безпечних значень.

Аналіз поля швидкостей дозволяє визначити швидкість руху води в критичному перерізі, що також спрощує прийняття рішень під час проектування.

Розрахунки доводять, що незначні (у межах 20 %) зміни похилу русла, коли утворюються низькі досконалі або хвилясті стрибки, мало (у межах 4 %) впливають на довжину гідравлічного стрибка.

Висновки

На прикладі аналізу впливу похилу дна вихідної ділянки одноступінчастого перепаду на довжину гідравлічного стрибка показано ефективність використання гідравлічних методів під час визначення характеристик цього небезпечного явища.

Розглянуто два крайні випадки. Широке русло, що дозволило нехтувати впливом бокових стінок, і вузьке русло з гідравлічно оптимальним перерізом. Згідно з отриманими формулами довжини стрибка, зі зменшенням ширини русла, на відміну від його глибини, на довжину стрибка впливає зміна похилу русла.

Під час чисельних розрахунків досконалих і хвилястих гідравлічних стрибків за одноступінчастим перепадом у руслі прямокутного перерізу на основі моделі реальної рідини залежності для довжини гідравлічного стрибка, що були отримані з використанням рівняння різкозмінного руху рідини в призматичному руслі, знайшли кількісне й якісне підтвердження (рис. 2).

У випадку, коли на вихідній ділянці за спряженою спорудою утворюються хвилясті або низькі досконалі стрибки, вплив похилу дна на їхню довжину незначний (у межах 5 %). Суттєве збільшення впливу похилу буде у випадку високих досконалих стрибків, коли власна вага рідини може суттєво впливати на спряжені глибини.

Література

1. Авершин А. Г., Біловол А. В. Порівняльний аналіз побудови вільної поверхні гідравлічного стрибка на основі рівняння різкозмінного руху і чисельного моделювання: збірник тез доповідей Міжнародної науко-практичної та науково-методичної конференції «Сучасне автомобілебудування, автотехнічна експертиза,

експлуатація автомобільного транспорту та підготовка фахівців галузі «Транспорт»», м. Харків, 22–23 жовтня 2024 р. Харків, 2024. С. 192–197. ISBN 978-617-8238-80-3

2. Біловол О. В. Рівняння різкозмінного руху для гідравлічного стрибка. Автомобільний транспорт: зб. навч. пр. 2013. Вип. 32. С. 111–114.
3. Filipkovskij S., Avershyn A. Aerodynamic Interaction of Minivan Vehicles During an Overtaking Maneuver, in Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering. 2023. Vol. 1008.
4. Bayon A., López-Jiménez P. Numerical analysis of hydraulic jumps using OpenFOAM. J. Hydroinformatics. 2015. Vol. 17. P. 662–678.
5. Viti N., Valero D., Gualtieri C. Numerical Simulation of Hydraulic Jumps. Part 2: Recent Results and Future Outlook. Water. 2019. Vol. 11. P. 28.
6. Chanson H. Current knowledge in hydraulic jumps and related phenomena: a survey of experimental results. Eur. J. Mech. B/Fluids. 2009. Vol. 28. No. 2. P. 191–210.
7. Kim H., Choi S., Park M., Ryu Y. Flow Turbulence and Pressure Fluctuations in a Hydraulic Jump. Sustainability. 2023. Vol. 15.
8. Rakib Z., Zeng J. Hydrodynamic Interactions at Multi-Gated and Dual Spillways. World Environmental and Water Resources Congress. 2024. Denver, CO, USA. P. 762–771.
9. Dasineh M., Ghaderi A., Bagherzadeh M., Ahmadi M., Kuriqi A. Prediction of hydraulic jumps on a triangular bed roughness using numerical modeling and soft computing methods. Mathematics. 2021. Vol. 9.
10. Farooq U., Li S., Yang J. Numerical Analysis of Flow Characteristics and Energy Dissipation on Flat and Pooled Stepped Spillways. Water. 2024. Vol. 16. P. 2600.
11. Maleki S., Fiorotto V. Design of Hydraulic Jump Stilling Basin over Rough Beds Using CFD. KSCE J. Civ. Eng. 2024. Vol. 28. P. 3120–3136.

References

1. Avershyn, A., Bilovol, O. (2024). Porivnyal'nyy analiz pobudovy vil'noyi poverkhni hidravlichnoho strybka na osnovi rivnyannya rizkozminnoho rukhu i chysel'noho modelyuvannya: zbirnyk tez dopovidey, Mizhnarodna naukovo-praktychna ta naukovo-metodychna konferentsiya «Suchasne avtomobilebuduvannya, avtotehnikhna ekspertyza, ekspluatatsiya avtomobil'noho transportu ta pidhotovka fakhivtsiv haluzi transport» 22–23 zhovtnya 2024 r. Kharkiv. KhNADU. S. 192–197. ISBN 978-617-8238-80-3
2. Bilovol, O. (2013). Rivnyannya rizkozminnoho rukhu dlya hidravlichnoho strybka. Avtomobil'nyy transport: zb. navch. pr. Vyp. 32. S. 111–114.
3. Filipkovskij, S., Avershyn, A. (2023). Aerodynamic Interaction of Minivan Vehicles During an

- Overtaking Maneuver, in Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering. Vol. 1008.
4. Bayon, A., López-Jiménez, P. (2015). Numerical analysis of hydraulic jumps using OpenFOAM. J. Hydroinformatics. Vol. 17. P. 662–678.
 5. Viti, N., Valero, D., Gualtieri, C. (2019). Numerical Simulation of Hydraulic Jumps. Part 2: Recent Results and Future Outlook. Water. Vol. 11. P. 28.
 6. Chanson, H. (2009). Current knowledge in hydraulic jumps and related phenomena: a survey of experimental results. Eur. J. Mech. B/Fluids. Vol. 28. No. 2. P. 191–210.
 7. Kim, H., Choi, S., Park, M., Ryu, Y. (2023). Flow Turbulence and Pressure Fluctuations in a Hydraulic Jump. Sustainability. Vol. 15.
 8. Rakib, Z., Zeng, J. (2024). Hydrodynamic Interactions at Multi-Gated and Dual Spillways. World Environmental and Water Resources Congress. Denver, CO, USA. P. 762–771.
 9. Dasineh, M., Ghaderi, A., Bagherzadeh, M., Ahmadi, M., Kuriqi, A. (2021). Prediction of hydraulic jumps on a triangular bed roughness using numerical modeling and soft computing methods. Mathematics. Vol. 9.
 10. Farooq, U., Li, S., Yang, J. (2024). Numerical Analysis of Flow Characteristics and Energy Dissipation on Flat and Pooled Stepped Spillways. Water. Vol. 16. P. 2600.
 11. Maleki, S., Fiorotto, V. (2024). Design of Hydraulic Jump Stilling Basin over Rough Beds Using CFD. KSCE J. Civ. Eng. Vol. 28. P. 3120–3136.

Біловол Олександр Васильович, к.т.н., доц. каф. деталей машин та теорії машин і механізмів, тел. +38 095-537-17-74, avbelovol58@gmail.com, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, вул. Ярослава Мудрого, 25, м. Харків, 61002, Україна,

Авершин Андрій Генадійович, к.т.н., доц. каф. деталей машин та теорії машин і механізмів, тел. +38 050-647-26-96, avershin.andrey@gmail.com,

Харківський національний автомобільно-дорожній університет, вул. Ярослава Мудрого, 25, м. Харків, 61002, Україна,

Біловол Олександр Васильович, к.т.н., доц. каф. деталей машин та теорії машин і механізмів, тел. +38 095-537-17-74, avbelovol58@gmail.com,

¹Харківський національний автомобільно-дорожній університет, вул. Ярослава Мудрого, 25, м. Харків, 61002, Україна.

Influence of the Slope of the Bottom of the Prismatic Channel on the Length of the Hydraulic Jump

Abstract. Problem. The occurrence of a hydraulic jump in road drainage systems significantly affects

their reliability and can cause their destruction. Determination of measures to eliminate the negative consequences of a jump is an important task in the engineering design of road structures. There are difficulties associated with the imperfect determination of the geometric characteristics of the hydraulic jump, primarily the length of the jump, due to the use of empirical formulas and laboratory and numerical modeling. The appearance of the equation of sharply changing motion in prismatic channels made it possible to investigate the influence of various hydraulic characteristics of the flow, including the slope of the channel, on the shape of the flow surface using analytical methods. The hydraulic approach mentioned in the study of the length of the hydraulic jump needs to be checked based on a numerical simulation of the flow of real liquid and a comparative analysis of the results of hydraulic and numerical simulation. **Goal.** The purpose of this study is to determine the influence of the slope of the channel on the length of the hydraulic jump that occurs at the outlet section behind the connecting structure. The research aims to demonstrate the possibilities of hydraulic methods in solving problems related to sharply changing flows in open channels and to check the obtained results and conclusions using modern numerical modeling methods. **Methodology.** The methodological basis of the study is the use of the equation of sharply changing fluid movement in a prismatic channel in a linearized form and obtaining from it the main analytical dependencies that can be used at the stage of designing structures of road drainage systems. **Results.** Using the example of the analysis of the influence of the slope of the bottom of the exit section of a one-step drop on the length of the hydraulic jump, the effectiveness of using hydraulic methods in determining the characteristics of this dangerous phenomenon is shown. Two extreme cases are considered. Channels with a wide cross-section, which made it possible to neglect the influence of the side walls, and narrow channels with the most hydraulically advantageous cross-section. The corresponding formulas have been obtained. It was concluded that as the channel width decreases compared to its depth, the jump length becomes more sensitive to changes in channel slope. Numerical calculations of perfect and wavy hydraulic jumps over a one-step drop in a channel of rectangular cross-section were carried out on the basis of a real fluid model. As a result, the dependences obtained using the equation of sharply changing fluid movement in a prismatic channel were quantitatively and qualitatively confirmed. **Originality.** The proposed approach allows, while remaining within the framework of standard mathematical training offered by technical educational institutions, to effectively use hydraulic methods to study sharply changing fluid movements using the example of a hydraulic jump. **Practical value.** From a practical point of view, the formulas obtained in the work make it

possible to qualitatively and quantitatively estimate the size of erosion formations from hydraulic jump and the size of energy quenchers to prevent the destructive consequences of this dangerous phenomenon.

Key words: *equations of abruptly changing motion in open channels, equations of real fluid, numerical modeling, hydraulic jump.*

Bilovol Oleksandr, Ph.D., Assoc. Prof., Department of Machine Components and Theory of Mechanisms and Machines,
tel. +38 095-537-17-74,
avbelovol58@gmail.com,
Kharkov National Automobile and Highway University, 25, Yaroslava Mudrogo str., Kharkiv, 61002, Ukraine.

Avershyn Andrii, Ph.D., Assoc. Prof., Department of Machine Components and Theory of Mechanisms and Machines,
tel. +38 050-647-26-96,
avershin.andrey@gmail.com,
Kharkov National Automobile and Highway University, 25, Yaroslava Mudrogo str., Kharkiv, 61002, Ukraine.
