

## ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПРИЗМАТИЧНОГО ДЕМПФЕРУВАЛЬНОГО ЕЛЕМЕНТА

Кузьмінець М. П.<sup>1</sup>, Максим'юк Ю. В.<sup>2</sup>, Мартинюк І. Ю.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Національний транспортний університет

<sup>2</sup>Київський національний університет будівництва і архітектури

**Анотація.** До основних проблем, що виникають під час вирішення нових завдань, належить обґрунтування вибору розрахункової схеми досліджуваного об'єкта й достовірність здобутих результатів. Нерідко розрахунок просторових призматичних конструкцій здійснюється в межах плоскої постановки, що зумовлено високою трудомісткістю розв'язання тривимірної задачі. Однак таке спрощення розрахункової схеми, ґрунтоване на гіпотезі про постійність параметрів напружено-деформованого стану за довжиною тіла, може призвести до неправильної оцінки умов роботи конструкції. Для відповідальних високонавантажених елементів і деталей це особливо небезпечно, тому необхідно брати до уваги всі фактори, що впливають на просторовий характер напружено-деформованого стану досліджуваних конструкцій. Обґрунтування достовірності розв'язання нових задач методом скінченних елементів здійснюється насамперед способом послідовного згущення розрахункової сіткової ділянки. Воно має продовжуватися доти, доки не почне спостерігатись незначна зміна результатів за умови суттєвого збільшення кількості елементів. Необхідно зауважити, що можливості традиційного варіанта МСЕ в цьому разі досить обмежені, і в процесі його застосування зазначена вимога здебільшого не виконується.

**Ключові слова:** напіваналітичний метод скінченних елементів (НМСЕ), напружено-деформований стан елемента, пружне та пружно-пластичне деформування, змінення форми, демпферувальний елемент у процесі роботи, плоска та просторова форма розрахунку.

### Вступ

Від правильного вибору алгоритму рішення системних лінійних і нелінійних рівнянь залежить ефективність напіваналітичного методу скінченних елементів до розв'язання просторових задач. Аналіз основних показників, таких як забезпечення точності рішення та витрат ресурсів на їх розв'язання, показує, що найбільш ефективними є комбіновані алгоритми, ґрунтовані на поєднанні покрокового та ітераційного методів. Для матриці систем, що дають змогу зрівняти напіваналітичний метод скінченних елементів, властива блокова структура. Для вирішення системи з такою матрицею найбільш природно застосувати метод блокових ітерацій. У процесі розгляду фізичних і геометрично нелінійних задач рішення здійснюється покроковим методом інтеграції за параметром у поєднанні з методом блокових ітерацій.

У цій статті, зважаючи на результати виконаних досліджень, проведених у попередніх роботах, і беручи за основу напіваналітичний метод скінченних елементів, наведено розв'язання просторової задачі пластичної зміни параметрів тіла призматичної форми та виконано детальний аналіз стану роботи.

### Аналіз публікацій

У роботі виконано чисельне дослідження точності рішення, отриманого на базі розробленого підходу [1, 2, 3]. У праці [4] наведено розв'язувальні співвідношення та послідовність методу блокових ітерацій розв'язання лінійних і нелінійних рівнянь напіваналітичним методом скінченних елементів для криволінійних неоднорідних тіл складної форми. У публікації [5] реалізовано чисельне дослідження точності розв'язання, проаналізовано значну кількість тестових задач для тіл із плавно і стрибкоподібно змінними фізичними та геометричними властивостями в пружній та пружно-пластичній формі розрахунку. У роботі [6] для доведення правдивості здобутих результатів на основі напіваналітичного методу скінченних елементів показано ефективність застосування описаного методу для розрахунку криволінійних неоднорідних об'єктів складної форми. Розв'язання контрольних задач теорії пружності, термопружності та термопластичності [7], а також задач зміни форми дає змогу зробити висновок про якість і достовірність результатів проведеного аналізу обраного спектра об'єктів на основі розро-

бленої методики з реалізацією пакета програмного забезпечення системи «Міцність», розробленого Науково-дослідним інститутом будівельної механіки (НДІБМ).

### Мета та постановка завдання

Мета цього дослідження полягає у визначенні просторового зображення ступеня напружено-деформованого стану демпферувального елемента під час роботи та порівняння його з плоским розв'язком. Порівняння параметрів напружено-деформованого стану заготовки, отриманих у плоскій і просторовій формах розрахунку, дає змогу дійти висновку, що дослідження необхідно проводити з використанням просторової форми розрахунку.

### Основний матеріал дослідження

Демпферувальний елемент є коробчатою конструкцією, підсиленою двома поздовжніми ребрами, і відрізняється досить складною структурою. Цей об'єкт містить елементи з тонкими стінками та стержневими компонентами, з'єднаними способом зварювання, у місцях яких реалізується просторовий напружено-деформований стан. Граничні умови на торцях відповідають спираю на абсолютно жорстку в своїй площині та гнучку з неї діафрагму. Розрахункова схема об'єкта зображена на рис. 1, де довжина  $l = 30\delta_1$ , висота  $H = 24\delta_1$ , ширина  $B = 30\delta_1$ , радіуси галтельних переходів  $R_1 = \delta_1$ ,  $R_2 = 0,25\delta_1$ , розміри поперечного перерізу ребер  $b = 4\delta_1$ ,  $h = 2\delta_1$ , товщина бокових стінок  $\delta_2 = 3\delta_1$ , верхнього та нижнього днища  $\delta_1 = 0,05\text{ м}$ . Зовнішня дія передбачає розподілене в центральній частині ребер та протилежно напрямлене навантаження, експлуатаційна інтенсивність якого становить  $q^1 = 50\text{ МПа}$ , а в екстремальних режимах може досягати  $65\text{ МПа}$ . Модуль пружності матеріалу конструкції  $E = 2,1 \cdot 10^5\text{ МПа}$ , коефіцієнт Пуасона  $\nu = 0,3$ , границя плинності за умови чистого зсуву  $\tau_s = 210\text{ МПа}$ .

На прикладі розглядуваного об'єкта наочно спостерігається зручність використання розроблених універсальних елементів для розрахунку призматичних тіл складної структури.

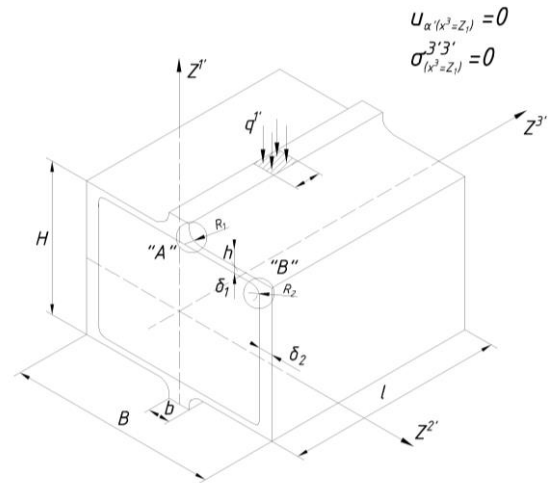


Рис. 1. Розрахункова схема об'єкта дослідження

Їх застосування дало змогу в процесі формування сіткової ділянки максимально деталізувати розбиття на елементи в зонах концентраторів (рис. 2), суттєво розряджаючи її в центральній частині стінок і днища.

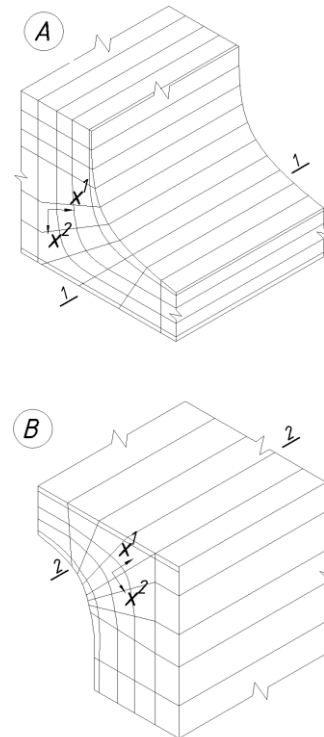


Рис. 2. Загальний вигляд універсальних елементів для розрахунку призматичних тіл складної структури

Результати дослідження впливу кількості утримуваних членів ряду Фур'є  $M$  та числа вузлів  $m$  на ділянках розрахункової сітки, що безпосередньо прилягають до місць закруглень, на величину максимальних значень напружень у вузлах  $A$  та  $B$  подані в табл. 1 та 2 відповідно. Вони показують, що для

достовірності результатів досить утримати п'ять членів розкладу та обмежитись 42 вузлами на сітковій ділянці, що апроксимують галтельні переходи.

Таблиця 1 – Результати дослідження

| $m$ | $M$ | $\sigma^{22}$ (МПа) | %    | $\sigma^{33}$ (МПа) | %    | $T$ (МПа) | %    |
|-----|-----|---------------------|------|---------------------|------|-----------|------|
| 25  | 5   | 425,0               | 2,78 | 147,1               | 6,05 | 210,0     | 4,5  |
| 42  |     | 416,5               | 0,79 | 139,0               | 0,58 | 202,3     | 0,89 |
| 63  |     | 413,2               | -    | 138,2               | -    | 200,5     | -    |
| 42  | 3   | 409,3               | 1,88 | 138,1               | 1,23 | 198,7     | 2,01 |
|     | 5   | 416,5               | 0,12 | 139,0               | 0,57 | 202,3     | 0,20 |
|     | 7   | 417,7               | -    | 139,8               | -    | 202,7     | -    |

Таблиця 2 – Результати дослідження

| $m$ | $M$ | $\sigma^{22}$ (МПа) | %    | $\sigma^{33}$ (МПа) | %    | $T$ (МПа) | %    |
|-----|-----|---------------------|------|---------------------|------|-----------|------|
| 25  | 5   | 465,0               | 7,27 | 149,0               | 7,32 | 216,0     | 8,24 |
| 42  |     | 439,9               | 1,98 | 139,7               | 1,15 | 202,3     | 2,03 |
| 63  |     | 431,2               | -    | 138,1               | -    | 198,2     | -    |
| 42  | 3   | 439,8               | 0,02 | 139,7               | 0,00 | 202,1     | 0,02 |
|     | 5   | 439,9               | 0,00 | 139,7               | 0,00 | 202,3     | 0,00 |
|     | 7   | 439,9               | -    | 139,7               | -    | 202,3     | -    |

Результати розрахунку, виконаного в пружній постановці за інтенсивності зовнішнього навантаження  $q^1 = 50 \text{ МПа}$ , зображені на рис. 3 у вигляді епюр напружень  $\tilde{\sigma}^{22}$ ,  $\tilde{\sigma}^{33}$  і  $T$ . Пунктирною лінією позначені графіки, побудовані в перерізі 1-1, суцільною – у перерізі 2-2. Можна спостерігати майже повну однаковість як в характері розподілення, так і в числових значеннях розглянутих параметрів напруженого стану. Наприклад, різниця максимальних величин  $\tilde{\sigma}^{22}$  і  $\tilde{\sigma}^{33}$ , обчислених у різних перерізах, не перевищує 2–3 %, а максимальні інтенсивності дотичних напружень повністю збігаються.

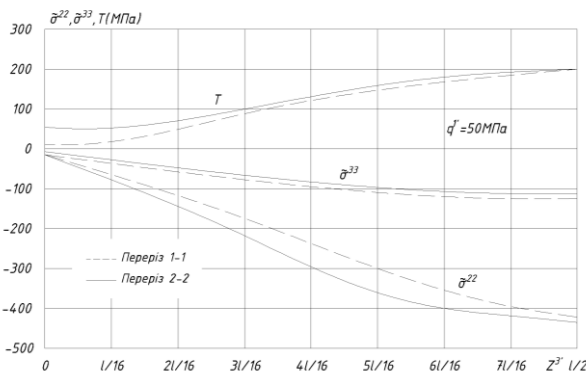


Рис. 3. Графік епюр напружень  $\tilde{\sigma}^{22}$ ,  $\tilde{\sigma}^{33}$  і  $T$  за результатами розрахунку

Оскільки за умови рівня навантаження  $q^1 = 65 \text{ МПа}$  їх величина, обчислена в ме-

жах пружного розрахунку, перетнула межу плинності, для оцінювання напружено-деформованого стану демпферувального елемента в екстремальних режимах навантаження потрібно було розв'язати цю задачу з огляду на пластичні властивості матеріалу. Результати цього рішення, наведені на рис. 4, ілюструють отриманий перерозподіл  $\tilde{\sigma}^{22}$  за  $Z^3$ , пов'язаний із розвитком зон пластичних деформацій у центральній частині об'єкта. Як і в пружній постановці, максимальні значення напружень, зафіксовані в різних перерізах, досить близькі.

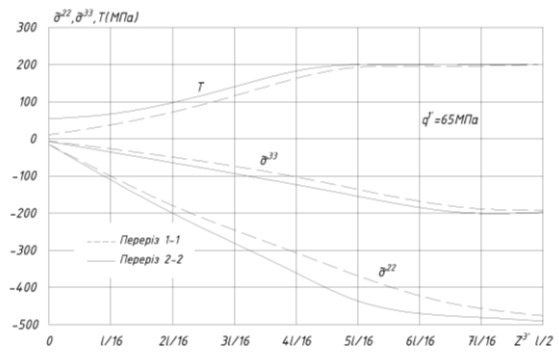


Рис. 4. Результати обчислення, що ілюструють перерозподіл напружень  $\tilde{\sigma}^{22}$  за  $Z^3$  в центральній частині об'єкта

На рис. 5 подані графіки, що характеризують зростання величини пластичних деформацій центральних точок перерізів 1-1 і 2-2 в процесі навантаження. Виявилось, що в зазначених точках темп їх зростання відрізняється і за умови  $q^1 = 65 \text{ МПа}$   $\epsilon_i^p$  в перерізі 2-2 на 32 % вищий, ніж в перерізі 1-1.

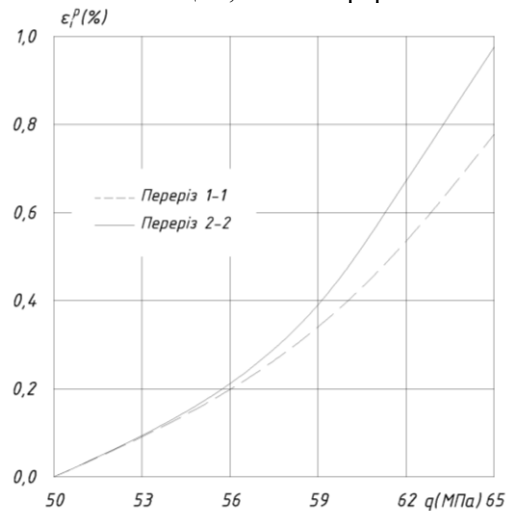


Рис. 5. Графіки пластичних деформацій центральних точок перерізів 1-1 і 2-2 в процесі навантаження

Відомо, що рівень пластичних деформацій у ділянці галтельних переходів суттєво залежить від радіуса закруглення. У зв'язку з цим проведено дослідження впливу  $R_2$  на  $\varepsilon_i^p$ , результати яких зображені на рис. 6. Вони дали змогу встановити, що за максимального навантаження, що діє на розглядуваний об'єкт, збільшення  $R_2$  призводить до суттєвого зниження пластичних деформацій в ділянці вузла  $B$  і не впливає на їх значення у вузлі  $A$ . Зокрема, якщо  $R_2 = 0,32\delta_1$ , рівень пластичних деформацій у вузлі  $B$  залишається однаковим порівняно з вузлом  $A$ , а за умови  $R_2 = 0,5\delta_1$  зменшується більше ніж удвічі.

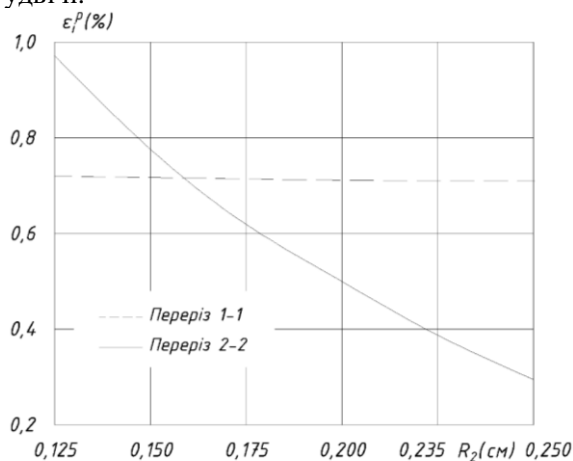


Рис. 6. Графіки пластичних деформацій збільшення параметра  $R_2$

### Висновки

Виконане дослідження ілюструє, що нерідко для всебічного й точного оцінювання роботи конструкції тільки інформації про її напружений стан виявляється недостатньо. Так, під час аналізу наведених вище епюр напружень, обчислених у пружній і пружно-пластичній постановках, можна дійти до неправильного висновку, що вихідні значення радіусів закруглення  $R_1$  і  $R_2$  забезпечують рівномірність вузлів  $A$  і  $B$ . Правильна оцінка умов роботи галтельних переходів отримана тільки після порівняння графіків розвитку пластичних деформацій.

### Література

1. Алгоритм розв'язання системи лінійних та нелінійних рівнянь напіваналітичним методом скінченних елементів для криволінійних неоднорідних призматичних тіл / Ю. Максим'юк та ін. *Будівельні конструкції: теорія і практика*. 2020. Вип. 7. С. 101–108.

2. Особливості виведення формул для обчислення вузлових реакцій і коефіцієнтів матриці жорсткості скінченного елемента з усередненими механічними і геометричними параметрами / Ю. Максим'юк та ін. *Будівельні конструкції: теорія і практика*. 2021. Вип. 8. С. 97–108.
3. Basic relations for physically and geometrically nonlinear problems of deformation of prismatic bodies / Yu.V. Maksymyuk et al. *Opir materialiv i teoriia sporud*. 2020. Vyp. 104. S. 255–264.
4. Semi-analytical method of finished elements in elastic and elastic-plastic position for curvilinear prismatic objects / V.A. Bazhenov et al. *Opir materialiv i teoriia sporud*. 2020. Vyp. 105. S. 24–32.
5. Convergence of the finite element method and the semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometric parameters / V.A. Bazhenov et al. *Opir materialiv i teoriia sporud*. 2021. Vyp. 106. S. 92–104.
6. Reliability of results obtained by semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometric parameters / Y.V. Vorona et al. *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&Technical collected articles*. Kyiv: KNUBA, 2021. Issue 107. P. 184–192.
7. Напіваналітичний метод скінченних елементів в просторових задачах деформування, руйнування та формозмінення тіл складної структури / В.А. Баженов та ін. Київ: Каравела, 2021. 280 с.

### References

1. Maksyuk, Yu., Goncharenko, M., Martynyuk, I., Maksyuk, O. (2020). Algorithm for solving a system of linear and nonlinear equations by the semi-analytical finite element method for curvilinear heterogeneous prismatic bodies. *Building construction theory and practice*. Issue 7, pp. 101–108.
2. Maksym'yuk, Yu., Kozak, A., Martynyuk, I., Maksym'yuk, O. (2021). Peculiarities of deriving formulas for calculating nodal reactions and coefficients of the stiffness matrix of a finite element with averaged mechanical and geometric parameters. *Building constructions theory and practice*. Issue 8, pp. 97–108.
3. Maksymyuk, Yu.V., Pyskunov, S.O., Shkrill, A.A., Maksymyuk, O.V. (2020). Basic relations for physically and geometrically nonlinear problems of deformation of prismatic bodies. *Opir materialiv i teoriia sporud*. Vyp. 104, pp. 255–264.
4. Bazhenov, V.A., Shkril', A.A., Maksymyuk, Yu.V., Martyniuk, I.Yu., Maksymyuk, O.V. (2020). Semi-analytical method of finished elements in elastic and elastic-plastic position for

- curviline prismatic objects. *Opir materialiv i teoriia sporud*. Вуп. 105, pp. 24–32.
5. Bazhenov, V.A., Horbach, M.V., Martyniuk, I.Yu., Maksymiuk, O.V. (2021). Convergence of the finite element method and the semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometric parameters. *Opir materialiv i teoriia sporud*. Вуп. 106, pp. 92–104.
  6. Vorona, Y.V., Maksimyuk, Yu.V., Martyniuk, I.Yu., Maksimyuk O.V. (2021). Reliability of results obtained by semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometric parameters. *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles*. Kyiv: KNUBA. Issue 107, pp. 184–192.
  7. Bazhenov V.A., Maksymiuk, Yu.V., Martyniuk, I.Yu., Maksymiuk, O.V. (2021). Semi-analytical method of finite elements in spatial problems of deformation, destruction and shape change of bodies of complex structure. Kyiv: Caravela, 280 p.

**Кузьмінець Микола Петрович**, д.т.н., завідувач кафедри комп'ютерної, інженерної графіки та дизайну, Національний транспортний університет, [Kuzminecmp@ukr.net](mailto:Kuzminecmp@ukr.net), тел.: +38(098) 360-08-12, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9636-919X>;  
**Максим'юк Юрій Всеволодович**, д.т.н., професор кафедри будівельної механіки, Київський національний університет будівництва і архітектури, [maksymiuk.iuv@knuba.edu.ua](mailto:maksymiuk.iuv@knuba.edu.ua), тел.: +38(067) 230-94-72, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5814-6227>;  
**Мартинюк Іван Юрійович**, к.т.н., докторант кафедри будівельної механіки, Київський національний університет будівництва і архітектури, [ivan.martinyuk@gmail.com](mailto:ivan.martinyuk@gmail.com), тел.: +38(096) 068-00-29, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7957-2068>.

### Investigation of the stress-strain state of a prismatic damping element

**Abstract. Problem.** Among the main problems that arise when solving new problems there is the justification of choosing the calculation scheme of the object under consideration and the reliability of the obtained results. **Goal.** Often, the calculation of spatial prismatic structures is carried out within the framework of a flat design, which is due to the high complexity of solving a three-dimensional problem. **Methodology.** However, this simplification of the calculation scheme, based on the hypothesis of the constancy of the parameters of the stress-strain state

along the length of the body, may lead to an incorrect assessment of the operating conditions of the structure. **Results.** This is especially dangerous for responsible highly loaded elements and parts, therefore, it is necessary to take into account all factors affecting the spatial nature of the stress-strain state of the structures under study. **Originality.** The substantiation of the reliability of solving new problems by the finite element method is carried out, first of all, by successive thickening of the calculation grid area. **Practical value.** It should continue until a slight change in the results begins to be observed with a significant increase in the number of elements. It should be noted that the capabilities of the traditional version of the FEM in this regard are quite limited, and when it is used, this requirement is basically not fulfilled.

**Practical meaning.** The purpose of this study is to determine the spatial picture of the stress-strain state of the damping element during operation and to compare the spatial solution with the flat one. Comparing the parameters of the stress-strain state of the workpiece during work, obtained in flat and spatial settings, allows us to conclude that the research must be carried out on the basis of spatial calculation.

**Keywords:** finite element method (FEM), semi-analytical finite element method (SAFEM), stress-strain state, elastic and elastic-plastic deformation, shape change, strip broaching, metal embossing, flat and spatial production.

**Kuzminets Mykola Petrovych**, Associate Professor, Doctor of Science (Engineering), Professor at the NTU Department of Computer, engineering graphics and design, National Transport University, [Kuzminecmp@ukr.net](mailto:Kuzminecmp@ukr.net), тел.: +38(098) 360-08-12, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9636-919X>

**Maksymiuk Yurii Vsevolodovych**, Associate Professor, Doctor of Science (Engineering), Professor at the KNUCA Department of Structural Mechanics, Kyiv National University of Construction and Architecture, [maksymiuk.iuv@knuba.edu.ua](mailto:maksymiuk.iuv@knuba.edu.ua), тел.: +38(067) 230-94-72, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5814-6227>;  
**Martyniuk Ivan Yuriyovych**, candidate of technical sciences, doctoral student of the KNUCA department of structural mechanics, Kyiv National University of Construction and Architecture [ivan.martinyuk@gmail.com](mailto:ivan.martinyuk@gmail.com), тел.: +38(096) 068-00-29, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7957-2068>.