

ЗМІНА РЕАКТИВНИХ ТИСКІВ І ЗГИНАЛЬНИХ МОМЕНТІВ ПІД ЧАС ДІЇ РІЗНИХ ЗОВНІШНІХ НАВАНТАЖЕНЬ

Кожушко В. П., Краснов С. М.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Анотація. Розглянуто питання зміни реактивних тисків, що діють на смугу, яка взаємодіє з ґрунтовою основою, у процесі застосування різних моделей ґрунту, зокрема лінійно-деформованої півплощини, лінійно-деформованого шару скінченної товщини та моделі Вінклера. Здійснено порівняльний аналіз отриманих результатів та результатів розрахунку смуги без урахування її спільної роботи з ґрунтом. Проаналізовані також величини згинальних моментів.

Ключові слова. реактивний тиск, згинальний момент, модель Вінклера, модель лінійно-деформованої півплощини, модель лінійно-деформованого шару скінченної товщини.

Вступ

У процесі розрахунків смуг на ґрунтовій основі можна не враховувати спільну роботу смуги та ґрунту основи, але під час точних розрахунків у нормативних документах необхідно враховувати вплив ґрунтової основи на напружено-деформівний стан системи «смуга – ґрунт». Питання правильного застосування тієї чи іншої моделі ґрунту на сьогодні є актуальним в науковому та практичному аспектах.

Аналіз публікацій

Незважаючи на те, що в роботі [1] проаналізовано конструкцію на ґрунтовій основі, яку найчастіше використовують для розрахунків моделей ґрунту, актуальними є наукові дослідження у цій сфері [2–6] щодо розроблення нових моделей ґрунту або нових математичних підходів для розв'язування вже відомих контактних задач.

Гнучкість системи залежить від жорсткості самої смуги і фізико-механічних характеристик ґрунту.

Для розв'язування цієї контактної задачі запропоновано значну кількість моделей ґрунту, у разі неправильного застосування яких можна отримати неточні результати. У цьому випадку дослідження щодо застосування тієї чи іншої моделі ґрунту є актуальними. Але форма епюри реактивного тиску, а отже, і величини внутрішніх зусиль у смугі залежать від виду зовнішніх навантажень і точок їх прикладання. У роботах [7–9] розглянуто лише дві моделі ґрунту [7], а в роботах [8, 9] результати отримано в процесі дії на смугу

тільки однієї зосередженої сили, що діє на її середину [8], або в процесі дії рівномірно розподіленого навантаження [9]. У цій роботі здійснено деякі дослідження напружено-деформованого стану смуги під час дії на неї системи зовнішніх навантажень: декількох зосереджених сил, що діють у різних точках вздовж довжини смуги (рис. 1), рівномірно розподіленого навантаження, що діє вздовж всієї довжини смуги, і моментів, що діють на кінцях смуги.

Мета та постановка завдання

Для побудови епюр реактивних тисків і визначення згинальних моментів розглянемо смугу, шириною $b=1$ м, довжиною $l=10$ м, з рівномірно розподіленим вздовж всієї довжини смуги навантаженням, інтенсивністю $q = 15$ кН/м², кінцевими зосередженими силами $N_1 = N_2 = 500$ кН, зосередженою силою $N = 1000$ кН, що діє на середину смуги, і кінцевим моментом $M_1 = M_2 = 400$ кНм (рис. 1).

Для розрахування системи «смуга – ґрунт» застосуємо метод Б. М. Жемочкіна. Розділимо смугу на п'ять однакових за довжиною ділянок: $c = l/5 = 10/5 = 2$ м. Реактивні зусилля будемо визначати під серединами ділянок, оскільки в межах ділянки інтенсивність реактивних опорів, на думку Б. М. Жемочкіна, однакова. Для побудови епюри реактивного тиску потрібно з'єднати тиски у середині кожної ділянки кривою. Для визначення внутрішніх зусиль (згинальних моментів і поперечних сил) варто використовувати східчасту епюру реактивного тиску.

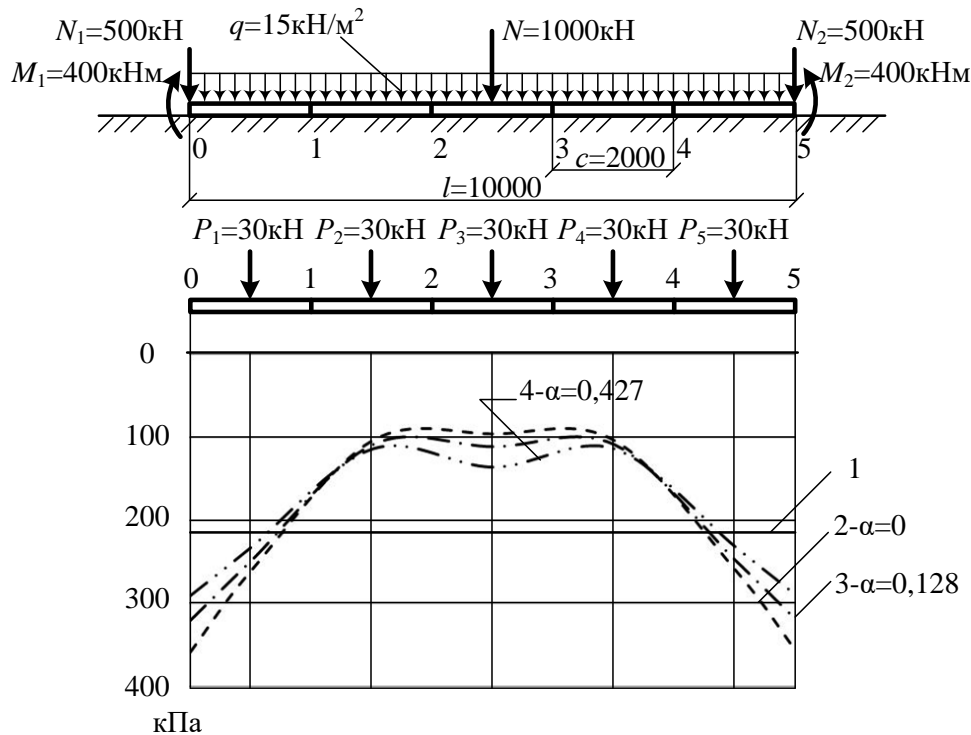


Рис. 1. Епюри реактивного тиску, отримані за різних показників α ($c/H = 1/32$): 1 – без урахування спільної роботи смуги та ґрунту; 2 – якщо $\alpha = 0$, 3 – якщо $\alpha = 0,128$; 4 – якщо $\alpha = 0,427$

Для розрахунків застосуємо таблиці одиничних реактивних зусиль, наведені в роботі [10].

Реактивні зусилля [10] отримано під час дії на смугу одиничних зосереджених сил $P_i = q \cdot c \cdot b = 1$, що діють на кінцях смуги i у середині ділянок розбиття, а також одиничних моментів, що діють у тих самих точках, що й зосереджені сили. Розподілене навантаження у цьому випадку треба замінити системою зосереджених сил $P_i = qbc$, що діють над серединами ділянок розбиття смуги.

Щоб отримати реактивні тиски з боку ґрунту, які діють на смугу, варто скористатися формулами, наведеними в роботі [10], які дозволяють ці тиски визначати залежно від величини реактивних зусиль, розрахованих від одиничних зусиль, що діють на смугу. Ці формули залежать від виду зовнішніх навантажень що діють на смуги:

під час дії зосереджених сил:

$$p_i = 5 \frac{N_i \cdot \bar{Y}_i}{b \cdot l}; \quad (1)$$

під час дії розподіленого навантаження:

$$p_i = q \sum_{i=1}^5 \bar{Y}_i; \quad (2)$$

під час дії моментів:

$$p_i = 25 \frac{M_i \cdot \bar{Y}_i}{b \cdot l^2}. \quad (3)$$

У формулах (1–3)

p_i – реактивний тиск у межах i -ї ділянки, кПа ;

N_i – зосереджена сила, кН ;

\bar{Y}_i – реактивні зусилля від одиноких зосереджених сил або моментів;

M_i – значення моменту, кНм ;

q – інтенсивність розподіленого навантаження, кН/м^2 ;

b – ширина смуги (у нашому прикладі $b = 1$ м);

l – довжина смуги (у нашому прикладі $l = 10$ м).

Реактивні зусилля \bar{Y}_i , наведені в таблицях роботи [10], отримано за показників гнучкості α системи «смуга – ґрунт», що змінюються від 0 до 0,427, тобто для коротких смуг. До коротких смуг за теорією пружності

належать смуги, у яких $\alpha \leq 0,427$ або, за теорією М. І. Горбунова-Посадова, $t \leq 40$ [1]. Крім того, варто зазначити, що одиничні реактивні зусилля \bar{Y}_i також залежать від відносної товщини стискувального шару c/H , де c – довжина ділянки розбиття смуги (у нашому прикладі $c = 2\text{м}$); H – товщина стискувальної зони, м. Дослідження автора роботи [10] демонструють, що одиничні реактивні зусилля \bar{Y}_i , якщо $c/H = 1/32$ або $c/H = 1/16$, співпадають з зусиллями, отриманими для лінійно-деформованої півплощини, якщо $c/H \geq 2$, – з даними, розрахованими за моделлю Вінклера, якщо проміжні значення c/H , – з даними, отриманими для моделі лінійно-деформованого шару скінченної товщини. Таким чином, використовуючи дані роботи [10], показник гнучкості α системи «смуга – ґрунт», можна проаналізувати вплив моделі ґрунту на величину напружено-деформованого стану смуги.

Розрахуємо смугу без урахування її спільної роботи з ґрунтом основи. Інтенсивність епюри реактивного тиску

$$p = \frac{\sum N}{A} + q = \frac{2 \cdot 500 + 1000}{10 \cdot 1} + 15 = 215 \text{кПа}.$$

Згинальні моменти визначимо в точках 0–5 і на середині смуги (у перерізах 2–3):

$$M_0 = M_5 = 400 \text{кНм};$$

$$M_1 = M_4 = 400 + 215 \cdot 2 \cdot 1 - 500 \cdot 2 - 15 \cdot 2 \cdot 1 = 400 + 430 - 1000 - 30 = -200 \text{кНм};$$

$$M_2 = M_3 = 400 + 215 \cdot 4 \cdot 2 - 500 \cdot 4 - 15 \cdot 4 \cdot 2 = 0;$$

$$M_{2-3} = 400 + 215 \cdot 5 \cdot 2,5 - 500 \cdot 5 - 15 \cdot 5 \cdot 0,5 = 400 \text{кНм}$$

Епюру реактивних тисків наведено на рис. 1 суцільною лінією (лінія 1), а епюру згинальних моментів – суцільною кривою на рис. 2 (лінія 1).

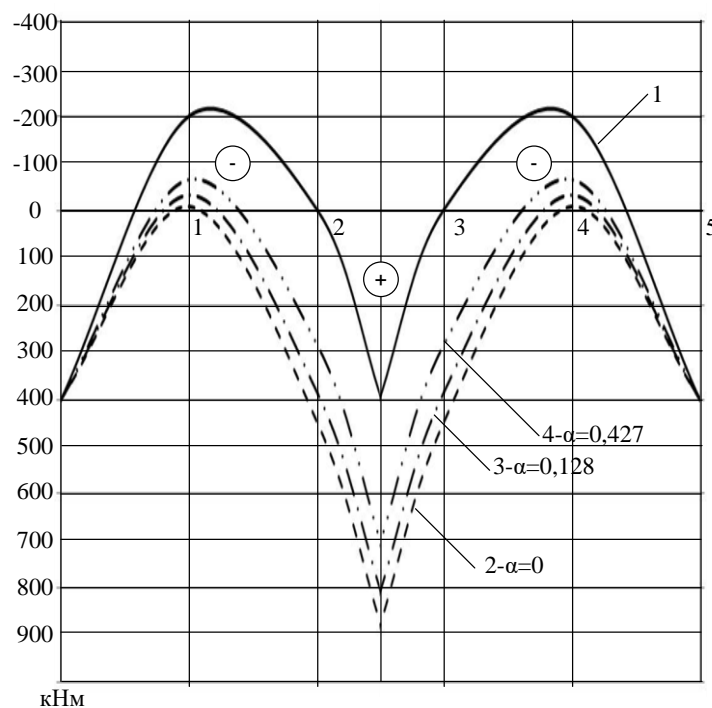


Рис. 2. Епюри згинальних моментів за різних показників гнучкості α ($c/H = 1/32$): 1 – без урахування спільної роботи смуги з ґрунтом; 2 – якщо $\alpha = 0$ (жорстка смуга); 3 – якщо $\alpha = 0,128$; якщо $\alpha = 0,427$

Проаналізуємо роботу смуги за відносної товщини стиснутого шару $c/H = 1/32$. Для жорсткої системи, тобто у випадку, якщо $\alpha = 0$, за таблицями роботи [10] визначимо одиничні реактивні зусилля від одиничних зосереджених сил $p_i = qc = 1\text{кН}$, що діють на

середину ділянок розбиття смуги (рис. 1), і запишемо їх у табл.1, а також визначимо одиничні реактивні зусилля від одиничних сил N_1, N_2 , одиничних кінцевих моментів M_1 та M_2 (табл. 2).

Таблиця 1 – Одиничні реактивні зусилля від зосереджених одиничних сил $P_i = (c/H = 1/32)$

Від	$P_1 = 1$	$P_2 = 1$	$P_3 = 1$	$P_4 = 1$	$P_5 = 1$
\bar{Y}_1	0,7391	0,5140	0,2888	0,0637	-0,1614
\bar{Y}_2	0,2428	0,1930	0,1433	0,0935	0,0437
\bar{Y}_3	0,1358	0,1358	0,1358	0,1358	0,1358
\bar{Y}_4	0,0437	0,0935	0,1433	0,1930	0,2428
\bar{Y}_5	-0,1614	0,0637	0,2888	0,5140	0,7391

Таблиця 2 – Одиничні реактивні зусилля від зосереджених сил N_1, N, N_2 , одиничних кінцевих моментів M_1 та M_2

Від	$N_1 = 1$	$N = 1$	$N_2 = 1$	$M_1 = 1$	$M_2 = 1$
\bar{Y}_1	0,8516	0,2888	-0,2739	-0,2251	0,2251
\bar{Y}_2	0,2677	0,1438	0,0189	-0,0498	0,0498
\bar{Y}_3	0,1347	0,1358	0,1357	0	0
\bar{Y}_4	0,0189	0,1438	0,2677	0,0498	-0,0498
\bar{Y}_5	-0,2739	0,2888	0,8516	0,2251	-0,2251

Реактивні тиски від зосереджених сил N_1, N, N_2 визначимо за формулою (1). Вони дорівнюють при дії

сил: $N_1 = 500 \text{кН}$ і $N_2 = 500 \text{кН}$

$$p_1 = 5 \frac{500 \cdot \bar{Y}_i}{1 \cdot 10} = 250 \bar{Y}_i;$$

сили: $N_1 = 500 \text{кН}$

$$p_1 = 5 \frac{1000 \cdot \bar{Y}_i}{1 \cdot 10} = 500 \bar{Y}_i;$$

Від рівномірно розподіленого навантаження реактивні тиски розраховуємо за формулою (2):

$$p_i = 15 \sum_{i=1}^5 \bar{Y}_i.$$

Кінцеві моменти викликають такі реактивні тиски (3):

$$p_i = \frac{25 \cdot 400 \cdot \bar{Y}_i}{1 \cdot 10^2} = 100 \bar{Y}_i.$$

Оскільки система симетрична, реактивні тиски від усіх зовнішніх навантажень дорівнюють

$$p_1 = p_5 = (0,7357 + 0,5140 + 0,2888 + 0,0637 - 0,1616) \cdot 15 + 250(0,8516 - 0,2739) + 500 \cdot 0,2888 + 100 \times (-0,2251 + 0,2251) = 310,485 \text{кПа}$$

$$p_2 = p_4 = (0,2428 + 0,1930 + 0,1433 + 0,0935 + 0,0437) \cdot 15 + 250(0,2677 + 0,0189) + 500 \cdot 0,1433 + 100 \times (-0,0498 + 0,0498) = 154,04 \text{кПа};$$

$$p_3 = 0,1358 \cdot 5 \cdot 15 + 250 \cdot 0,1358 \cdot 2 + 500 \cdot 0,1358 + 100 \cdot 0 = 145,935 \text{кПа}$$

Таким чином, еюра реактивних тисків у цьому випадку є криволінійною (рис. 1, пунктирна лінія або лінія 2).

Використовуючи східчасту епюру реактивних тисків, визначимо згинальні моменти в тих самих точках за довжиною смуги, як і в попередньому випадку:

$$M_0 = M_5 = 400 \text{кНм}$$

$$M_1 = M_4 = 400 - 500 \cdot 2 - 15 \cdot 2 \cdot 1 + 310,485 \cdot 2 \cdot 1 = 400 - 1000 - 30 - 621 \approx -9 \text{кНм};$$

$$M_2 = M_3 = 400 - 500 \cdot 4 - 15 \cdot 4 \cdot 2 + 318,485 \cdot 2 \cdot 3 + 154,04 \cdot 2 \cdot 1 = 400 - 2000 - 120 + 1863 + 308 \approx 451 \text{кНм};$$

$$\begin{aligned}
 M_{2-3} &= 400 + 500 \cdot 5 - 15 \cdot 5 \cdot 2,5 + 310,485 \cdot 2 \cdot 4 + \\
 &\quad + 154,04 \cdot 2 \cdot 2 + 145,935 \cdot 1 \cdot 0,5 = \\
 &= 400 - 2500 - 187,5 + 2484 + 616 + \\
 &\quad + 73 = 885,5 \text{ кНм}
 \end{aligned}$$

$$M_1 = M_4 = -38 \text{ кНм};$$

$$M_2 = M_3 = 388 \text{ кНм};$$

$$M_{2-3} = 815 \text{ кНм};$$

Додатні згинальні моменти використовуємо під час їх дії за годинниковою стрілкою. На рис. 2 ця епюра згинальних моментів нанесена пунктирною лінією (лінія 2). У такий самий спосіб здійснено розрахунки для гнучкої смуги (якщо $\alpha = 0,128$ і $\alpha = 0,427$) та отримано такі результати: якщо $\alpha = 0,128$, реактивні тиски дорівнюють

якщо $\alpha = 0,427$:

$$M_0 = M_5 = 400 \text{ кНм};$$

$$M_1 = M_4 = -66 \text{ кНм};$$

$$M_2 = M_3 = 297 \text{ кНм};$$

$$M_{2-3} = 712 \text{ кНм};$$

$$p_1 = p_5 = 298,46 \text{ кПа};$$

$$p_2 = p_4 = 158,595 \text{ кПа};$$

$$p_3 = 160,95 \text{ кПа};$$

якщо $\alpha = 0,427$, то

$$p_1 = p_5 = 281,83 \text{ кПа};$$

$$p_2 = p_4 = 163,12 \text{ кПа};$$

$$p_3 = 185,11 \text{ кПа}.$$

Епюра реактивних тисків за умови, що $\alpha = 0,128$, на рис. 1 зображена штрих-пунктирною лінією з однією точкою (лінія 3), якщо $\alpha = 0,427$, – штрих-пунктирною лінією з двома точками (лінія 4). З огляду на величину показника гнучкості α форма ліній реактивного тиску майже не змінюється, але це призводить до значної зміни значень згинальних моментів (див. рис. 2). Визначимо згинальні моменти за різних значень показника гнучкості α . Вони дорівнюють:

якщо $\alpha = 0,128$:

$$M_0 = M_5 = 400 \text{ кНм};$$

Таким чином, найбільші згинальні моменти на середині смуги відрізняються в разі застосування різних показників гнучкості α в $885,5/712 = 1,24$ рази. Але за будь-яких значень показника гнучкості α системи «смуга – ґрунт» згинальні моменти значно відрізняються від величин згинальних моментів, отриманих без врахування спільної роботи смуги та ґрунту основи. Наприклад, якщо $\alpha = 0$, додатній згинальний момент буде в $885,5/400 = 2,21$ рази більше, ніж момент, отриманий без врахування спільної роботи смуги та ґрунту. Один від одного також відрізняються й від'ємні згинальні моменти: якщо $\alpha = 0$, $M_1 = -9$ кНм, а за умови ігнорування спільної роботи $M_1 = -200$ кНм (рис. 2).

Проаналізуємо, як впливає вибрана модель ґрунту на напружено-деформований стан смуги, яка розглядається в цій роботі. Спочатку розглянемо модель ґрунту у вигляді шару скінченної товщини (наприклад, якщо $c/H = 0,5$) за показників гнучкості системи α , що дорівнює 0; 0,128 і 0,427.

Для показника гнучкості $\alpha = 0$ системи «смуга – ґрунт» із роботи [10] виберемо одиничні реактивні зусилля (табл. 3 і 4).

Таблиця 3 – Одиничні реактивні зусилля від зосереджених одиничних сил P_i ($c/H = 0,5$)

Від	$P_1 = 1$	$P_2 = 1$	$P_3 = 1$	$P_4 = 1$	$P_5 = 1$
\bar{Y}_1	0,6708	0,4530	0,2352	0,0174	-0,2004
\bar{Y}_2	0,3032	0,2389	0,1745	0,1101	0,0457
\bar{Y}_3	0,1807	0,1807	0,1807	0,1807	0,1807
\bar{Y}_4	0,0457	0,1101	0,1745	0,2389	0,3032
\bar{Y}_5	-0,2004	0,0174	0,2352	0,4530	0,6708

Таблиця 4 – Одиничні реактивні зусилля від зосереджених одиничних сил N_1, N, N_2 і одиничних кінцевих моментів M_1 та M_2 (табл.2).

Від	$N_1 = 1$	$N = 1$	$N_2 = 1$	$M_1 = 1$	$M_2 = 1$
\bar{Y}_1	0,7797	0,2352	-0,3093	-0,2178	0,2178
\bar{Y}_2	0,3354	0,1745	0,0135	-0,0644	0,0644
\bar{Y}_3	0,1807	0,1807	0,1807	0	0
\bar{Y}_4	0,0135	0,1745	0,3354	0,0644	-0,0644
\bar{Y}_5	-0,3093	0,2352	0,7797	0,2178	-0,2178

За вищенаведеними формулами отримані такі реактивні тиски:

$$p_1 = p_5 = 252,84 \text{ кПа};$$

$$p_3 = p_4 = 187,54 \text{ кПа};$$

$$p_3 = 194,255 \text{ кПа}.$$

Епюру реактивного тиску наведено на рис. 3 (пунктирна лінія або лінія 2).

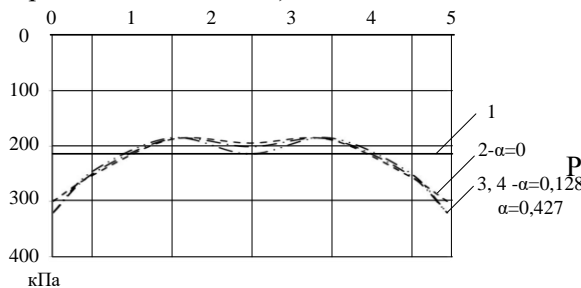


Рис. 3 Епюри реактивного тиску, отримані за різних показників α ($c/H = 0,5$): 1 – без врахування спільної роботи смуги та ґрунту; 2 – якщо $\alpha = 0$; 3 – якщо $\alpha = 0,128$; 4 – якщо $\alpha = 0,427$

Згинальні моменти в вищезазначених точках дорівнюють:

$$M_0 = 400 \text{ кНм};$$

$$M_1 = M_4 = -124 \text{ кНм};$$

$$M_2 = M_3 = 172 \text{ кНм}; M_{2-3} = 583 \text{ кНм}.$$

Епюру цих згинальних моментів наведено на рис. 4 (пунктирна лінія (лінія 2)).

У такий самий спосіб визначимо реактивні тиски та згинальні моменти за показників гнучкості $\alpha = 0,128$ і $\alpha = 0,427$.

Реактивні тиски дорівнюють:

$$\text{якщо } \alpha = 0,128, \quad p_1 = p_5 = 250 \text{ кПа};$$

$$p_2 = p_4 = 187 \text{ кПа}; p_3 = 201 \text{ кПа}; \\ \alpha = 0,427 \quad p_1 = p_5 = 245,5 \text{ кПа};$$

$$p_2 = p_4 = 185 \text{ кПа}; p_3 = 214 \text{ кПа}.$$

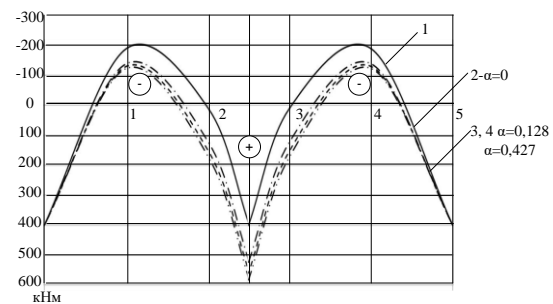


Рис. 4 Епюри згинальних моментів за різних показників гнучкості α ($c/H = 0,5$): 1 – без врахування спільної роботи смуги з ґрунтом; 2 – якщо $\alpha = 0$; 3 – якщо $\alpha = 0,128$; 4 – якщо $\alpha = 0,427$

Якщо $\alpha = 0,128$ та $\alpha = 0,427$ епюри реактивних тисків майже тотожні (лінія 3 і 4, рис. 3).

Значення згинальних моментів такі:

якщо $\alpha = 0,128$:

$$M_0 = M_5 = 400 \text{ кНм};$$

$$M_1 = M_4 = -131 \text{ кНм};$$

$$M_2 = M_3 = 152 \text{ кНм}; M_{2-3} = 559 \text{ кНм};$$

якщо $\alpha = 0,427$:

$$M_0 = M_5 = 400 \text{ кНм};$$

$$M_1 = M_4 = -139 \text{ кНм};$$

$$M_2 = M_3 = 123 \text{ кНм}; M_{2-3} = 524 \text{ кНм}.$$

Епюри згинальних моментів, що наведені на рис. 4, за умови, якщо $\alpha = 0,128$ і $\alpha = 0,427$, майже тотожні (епюри 3 і 4, рис.4).

Основний матеріал дослідження

Аналіз епюр реактивних тисків за умови, що $c/H = 0,5$, демонструє (рис. 3), що їхні величини наближені до тисків, отриманих без врахування спільної роботи смуги з ґрунтом, але самі епюри є криволінійними.

Епюри згинальних моментів за різних розрахунків за формою подібні, але за умови спільної роботи смуги та ґрунту абсолютні значення додатних моментів будуть більши-

ми за моменти, отримані без врахування спільної роботи смуги з ґрунтом, а від'ємні моменти – меншими.

Визначимо величини реактивних тисків і згинальних моментів у жорсткій системі (показник $\alpha = 0$) із застосуванням моделі Вінклера. З цією метою з роботи [10] виберемо одиничні значення реактивних зусиль \bar{Y}_i за співвідношення $c/H = 4$. Вони наведені в таблицях 5 і 6.

Таблиця 5 – Одиничні реактивні зусилля від зосереджених одиничних сил P_i ($c/H = 4$, $\alpha = 0$)

Від	$P_1=1$	$P_2=1$	$P_3=1$	$P_4=1$	$P_5=1$
\bar{Y}_1	0,6	0,4	0,2	0	-0,2
\bar{Y}_2	0,4	0,3	0,2	0,1	0
\bar{Y}_3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
\bar{Y}_4	0	0,1	0,2	0,3	0,4
\bar{Y}_5	-0,2	0	0,2	0,4	0,6

Таблиця 6 – Одиничні реактивні зусилля від зосереджених одиничних сил N_1 , N , N_2 і одиничних кінцевих моментів M_1 та M_2

Від	$N_1=1$	$N=1$	$N_2=1$	$M_1=1$	$M_2=1$
\bar{Y}_1	0,7	0,2	-0,3	-0,2	0,2
\bar{Y}_2	0,45	0,2	-0,05	-0,1	0,1
\bar{Y}_3	0,2	0,2	0,2	0	0
\bar{Y}_4	-0,05	0,2	0,45	0,1	-0,1
\bar{Y}_5	-0,3	0,2	0,7	0,2	-0,2

У жорсткій системі ($\alpha = 0$) реактивний тиск (рис. 5) передається на смугу як рівномірно розподілене навантаження, інтенсивністю $p = 215$ кПа, тобто як і під час розрахування смуги без врахування її спільної роботи з ґрунтом. Епюра згинальних моментів за умови, що $\alpha = 0$ (рис. 6) така сама, як і епюра моментів, отриманих за умови ігнорування спільної роботи смуги та ґрунту основи.

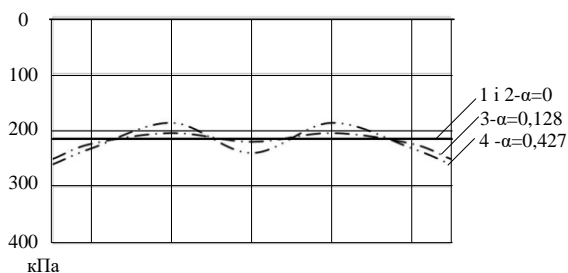


Рис. 5. Епюри реактивного тиску, отримані за різних показників α ($c/H = 4$): 1 – без врахування спільної роботи смуги з ґрунтом; 2 – якщо $\alpha = 0$; 3 – якщо $\alpha = 0,128$; 4 – якщо $\alpha = 0,427$

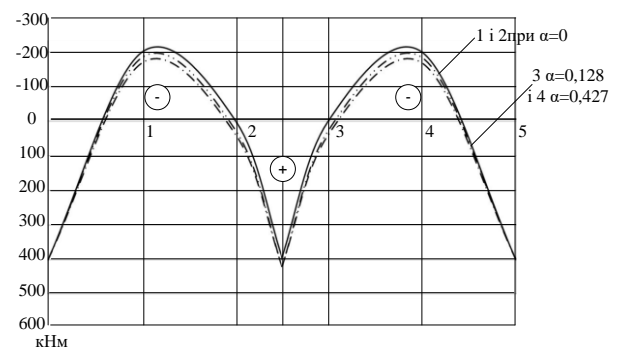


Рис. 6. Епюри згинальних моментів за різних показників гнучкості α ($c/H = 4$): 1 – без врахування спільної роботи смуги з ґрунтом; 2 – якщо $\alpha = 0$; 3 – якщо $\alpha = 0,128$; 4 – якщо $\alpha = 0,427$

Наведено реактивні тиски на смугу за різних величин показника гнучкості α системи «смуга – ґрунт»:

якщо $\alpha = 0$, $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = 215$ кПа;
якщо $\alpha = 0,128$, $p_1 = p_5 = 223$ кПа;
 $p_2 = p_4 = 204,5$ кПа; $p_3 = 220$ кПа;

якщо $\alpha = 0,427$, $p_1 = p_5 = 231$ кПа;
 $p_2 = p_4 = 186,5$ кПа; $p_3 = 240$ кПа.

Епюри реактивних тисків у разі зміни показника гнучкості α в межах від 0,128 до 0,427 майже не відрізняються одна від одної (рис. 5) і мають криволінійну форму.

Епюри згинальних моментів (рис. 6) під час розрахування смуги без врахування спільної роботи (епюра 1) і для жорсткої системи (якщо $\alpha = 0$) тотожні (епюра 2), а якщо $\alpha = 0,128$ і $\alpha = 0,427$, майже тотожні (лінії 3 і 4). Для порівняння величин згинальних моментів наведемо їхні значення:

якщо $\alpha = 0$:

$$M_0 = M_5 = 400 \text{ кНм};$$

$$M_1 = M_4 = -200 \text{ кНм}; M_2 = M_3 = 0;$$

$$M_{2-3} = 400 \text{ кНм};$$

якщо $\alpha = 0,128$:

$$M_0 = M_5 = 400 \text{ кНм};$$

$$M_1 = M_4 = -184 \text{ кНм}; M_2 = M_3 = 28 \text{ кНм};$$

$$M_{2-3} = 426 \text{ кНм};$$

якщо $\alpha = 0,427$:

$$M_0 = M_5 = 400 \text{ кНм};$$

$$M_1 = M_4 = -168 \text{ кНм};$$

$$M_2 = M_3 = 40 \text{ кНм};$$

$$M_{2-3} = 427 \text{ кНм}.$$

Таким чином, додатні максимальні згинальні моменти, якщо $\alpha = 0,128$ і $\alpha = 0,427$, майже однакові, а абсолютні значення від'ємних згинальних моментів у разі збільшення показника α зменшуються в $184/168 = 1,1$ раза. Абсолютні значення згинальних моментів у разі застосування моделі Вінклера майже не відрізняються від результатів розрахування смуги без врахування її роботи з ґрунтом.

Величини реактивних тисків під кінцями смуги і під її серединою для розрахування із застосуванням різних моделей ґрунту наведено в табл. 7.

Таблиця 7 – Реактивні тиски під кінцями смуги і її серединою, кПа

c/H	Без врахування спільної роботи	$\alpha = 0$	$\alpha = 0,128$	$\alpha = 0,427$
Під кінцями смуги				
1/32	215	400	360	310
1/2	215	300	310	310
4	215	215	250	270
Під серединою смуги				
1/32	215	146	161	185
1/2	215	194	201	214
4	215	215	220	240

Аналізуючи дані табл. 7, можна дійти висновку, що із врахуванням будь-якої моделі ґрунту епюри реактивних тисків мають криволінійну форму. Водночас під кінцями смуги тиск значно більший за тиск, отриманий за умови ігнорування спільної роботи смуги та ґрунту (наприклад, якщо $c/H = 1/32$ і $\alpha = 0$, в $400/215 = 1,86$ раза), а під серединою смуги зменшується (наприклад, якщо $c/H = 1/32$ і $\alpha = 0$, в $215/146 = 1,47$ раза). Ці тиски за довжиною смуги вирівнюються (див. рис. 5), якщо в розрахунках застосовується модель Вінклера.

Модель ґрунту також значно впливає на величину реактивного тиску в різних точках за довжиною смуги. Для жорсткої системи

($\alpha = 0$) тиск під кінцями смуги значно (в 1,86 раза) збільшується в разі застосування моделі лінійно-деформованої півплощини, як порівняти з тиском, отриманим для моделі Вінклера, а під серединою смуги в 1,47 раза зменшується. Водночас різниця у величинах тиску зменшується для гнучких систем, тобто якщо $\alpha = 0,427$. Таким чином, якщо застосувати модель ґрунту неправильно, можна дійти помилкового висновку про несну здатність системи щодо роботи ґрунту основи.

Значно змінюються й величини згинальних моментів за умови застосування різних моделей ґрунту або за умови ігнорування спільної роботи смуги та ґрунту (табл. 8).

Таблиця 8 – Згинальні моменти, кНм

c/H	Без врахування спільної роботи	$\alpha = 0$	$\alpha = 0,128$	$\alpha = 0,427$
Під точкою 1				
1/32	-200	-9	-33	-66
1/2	-200	-124	-131	-139
4	-200	-200	-184	-168
Під серединою смуги (переріз 2–3)				
1/32	400	885,2	815	712
1/2	400	583	559	524
4	400	400	426	427

Згідно з табл. 8 величини згинальних моментів у деяких точках (наприклад у точці 1) за довжиною смуги відрізняються одна від одної, зокрема в разі застосування моделі ґрунту у вигляді лінійно-деформованої півплощини, тобто якщо $c/H=1/32$ (рис. 2). Застосовуючи під час розрахування цю модель, залізобетонну смугу достатньо армувати одиночною арматурою, розташовуючи її в нижній (розтягнутій) зоні смуги, а в разі використання моделі Вінклера, а також для розрахування смуги без врахування спільної її роботи з ґрунтом її варто армувати подвійною арматурою, розташованою як у нижній, так і у верхній зонах смуги. Таким чином, за умови неправильного застосування моделі ґрунту залізобетонна смуга може зруйнуватися. Варто зазначити, що максимальні додатні згинальні моменти (у перерізі 2–3) у випадку врахування будь-якої моделі ґрунту збільшуються (наприклад, у випадку використання моделі у вигляді лінійно-деформованої півплощини вони збільшуються в $885,2/400 = 2,21$ раза), що потребує значно більшої площі поперечного перерізу смуги.

Висновки

З огляду на дійсну роботу смуги на ґрунтовій основі, тобто за умови використання під час розрахування будь-якої моделі ґрунту, епюри реактивного тиску будуть мати криво-лінійну форму з найбільшими ординатами під кінцями смуги

Додатні згинальні моменти значно збільшуються, а абсолютні значення від'ємних моментів зменшуються.

Використовуючи в процесі розрахування різноманітні моделі ґрунту, можна в різний спосіб визначити напружено-деформований стан смуги. Наприклад, у разі використання моделі ґрунту у вигляді лінійно-деформованої півплощини розтягнуті волокна за всією довжиною смуги будуть розташовані внизу, а в разі застосування інших моделей – і у верхній зоні, і внизу.

Література

1. Кожушко В. П. Основи і фундаменти: підручник для вузів: У 2-х ч. Харків: ХНАДУ, 2003. Ч.1. 500 с.
2. Eeisenmann Josef. Die Schiene ais Tragbalken. Eisenbahmngenilur. 2004. №5. S. 22–25.
3. Sadek M., Shahrour I. Use of the Boussinesg Solution on in Geotechnical and Road Engineering Influence of Plasticity. Mic. Sci. 2007. № 9–10. P. 516–520.
4. Carrier W. D. The Hell Half-Space: use with Caution. Geotechnique. 2007. 57. № 27. P. 633–634.
5. Shashkova Y., Dyachenko N., Shashkov K. The Salution of a Contact Problem of a Square Punch with Rough Half Space at the Sedate Taw of Deformation of a Roughness. Mechanika. 2005: 10 isios Tarptautines Konferencijos pranešimu medžiaga, Kaunas, baland. 7–8 d. 2055. Kaunas Technolodija, 2005. P. 95–102.
6. Carrier W. D. The Holl Half-Space: ose with Cantain. Geotechnique. 2006. 56. № 9. P. 657–659.
7. Кожушко В. П., Лисяков І. М. Аналіз результатів розрахунку фундаменту за двома моделями ґрунтової основи. Науковий вісник буд-ва. ХДТУБА. 2017. Т. 39. № 3. С. 78–84.
8. Кожушко В. П., Лисяков І. М. Розподіл зусиль у навантаженій зосередженою силою стрічки на пружній основі при використанні різних моделей ґрунту. Вісник ХНАДУ. 2019. Вип. 86. Т. 1. С. 148–153.
9. Кожушко В. П., Краснов С. М. Смуга на пружній основі, що описується різними моделями, навантажена рівномірно розподіленим навантаженням. Вісник ХНАДУ. 2021. Вип. 95. – С. 217–223.
10. Кожушко В. П. Розрахунок інженерних конструкцій на лінійно-деформівному шарі скінченної товщині: учбовий посібник. Київ: УМК ВО, 1980. 106 с.

References

1. Kozhushko V. P. Osnovy i fundamenti: Pidruchnyk dlia vuziv: v 2-kh ch. Kharkiv: KhNADU, 2003. Ch. 1. 500 s.
2. Eeisenmann Josef. Die Schiene ais Tragbalken. Eisenbahmngenilur. 2004. №5. S. 22–25.

3. Sadek M., Shahrour I. Use of the Boussinesq Solution on in Geotechnical and Road Engineering Influence of Plasticity. *Mic. Sci.* 2007. № 9–10. P. 516–520.
4. Carrier W. D. The Hell Half-Space: use with Caution. *Geotechnique*. 2007. 57. № 27. P. 633–634.
5. Shashkova Y., Dyachenko N., Shashkov K. The Salution of a Contact Problem of a Square Punch with Rough Half Space at the Sedate Taw of Deformation of a Roughness. *Mechanika*. 2005: 10 isios Tarptautines Konferencijos pranešimu medžiaga, Kaunas, baland. 7–8 d., 2055. Kaunas Technologija, 2005. P. 95–102.
6. Carrier W. D. The Holl Half-Space: ose with Cantain. *Geotechnique*. 2006. 56. № 9. P. 657–659.
7. Kozhushko V. P., Lyisyakov I. N. Analiz rezultatov rascheta fundamenta po dvum modelyam gruntovogo osnovaniya. *Naukoviy vIsnik bud-va HDTUBA*. 2017. T. 39. № 3. S. 78–84.
8. Kozhushko V.P., Lyisyakov I.N. Rozpodil zusyl u navantazhenii zoseredzhenoiu syloiu strichky na pruzhnii osnovi pry vykorystanni riznykh modelei gruntu. *Visnyk KhNADU*. 2019. Vyp. 86. T. 1. S. 148–153.
9. Kozhushko V. P., Krasnov S. M. Smuha na pruzhnii osnovi, shcho opysuietsia riznymy modeliamy, navantazhena rivnomirno rozpodilenym navantazhenniam. *Visnyk KhNADU*. 2021. Vyp. 95. S. 217–223.
10. Kozhushko V. P. Rozrakhunok inzhenernykh konstruktсии na liniino-deformivnomu shari skinchennoi tovshchyni: uchbovyi posibnyk. Kyiv: UMK VO, 1980. 106 s.

Кожушко Віталій Петрович, д. т. н., проф. каф. мостів, конструкцій і будівельної механіки ім. В. О. Російського, kozuskovitalij40@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7044-776X>
тел. +38 066 817 51 59

Краснов Сергій Миколайович, к. т. н., доц. каф. мостів, конструкцій і будівельної механіки ім. В. О. Російського, krasnov0256@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2375-4273>
тел. +38 097 214 54 09

Харківський національний автомобільно-дорожній університет, вул. Ярослава Мудрого, 25, Харків, 61002, Україна.

Change in reactive pressures and bending moments under the action of various external loads on the strip

Abstract. *The problem of changing the reactive pressures acting on the strip interacting with the soil base is considered when using different soil models: a*

linear-deformable half-plane, a linear-deformable layer of finite thickness and the Winkler model. The goal is to compare the obtained results with the results of calculating the strip without taking into account its joint work with the soil. The methodology for calculating the "strip - soil" system is based on the method of B.M. Zhemochkin, for which the strip is divided into five equal length sections with a length of $s = l/5 = 10/5 = 2$ m. As a result of calculations it is proved that when any soil model is introduced, the reactive pressure curves will have a curvilinear shape with the highest values under the ends of the strip. The shape of the diagrams of bending moments both when using different soil models and when ignoring the joint work of the strip with the soil is identical. Positive bending moments when introducing a model of a linear-deformable layer of finite thickness are significantly greater than when calculating the strip without taking into account its joint work with the soil. The absolute values of the negative bending moments in this case are significantly smaller than the similar moments obtained by ignoring the joint work of the strip and the soil. If Winkler models are included in the calculations, then the mentioned bending moments differ slightly from the moments obtained in the calculations of the strip in a primitive way. The originality of the work lies in the application of a unified approach to determining the stress-strain state of a strip located on soils described by various models of the "strip-soil" system. It is shown that if the model is applied incorrectly, it is possible to get false ideas about the stress-strain state of the system. For example, if the strip is considered as a strip on a linear-deformation plane, a stretched zone is obtained almost along the entire length of the strip in the lower zone, and in other cases both in the lower and upper zones, and this requires different reinforcement of the strip if it is designed with reinforced concrete. The practical value lies in the need for a serious justification for the use of a certain soil model, depending on soil conditions.

Key words: *reactive pressure, bending moment, Winkler model, linear-deformable half-plane model, linear-deformable layer model of finite thickness.*

Kozhushko Vitaliy, Doct. of Science, Department of Bridges, Structures and Building Mechanics named after V. O. Rosiiskiy,

kozuskovitalij40@gmail.com tel. +38 066 817 51 59
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7044-776X>

Krasnov Sergey, Associate professor, candidate of technical Science, Department of Bridges, Structures and Building Mechanics named after V. O. Rosiiskiy, krasnov0256@gmail.com tel. +38 097 214 54 09

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2375-4273>
Kharkiv National Automobile and Highway University, 25, Yaroslava Mudrogo str., Kharkiv, 61002, Ukraine.