

УДК 621.863.2

DOI: 10.30977/BUL.2219-5548.2022.99.0.54

СТІЙКІСТЬ ТРИШАРОВОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

Фідровська Н. М.¹, Слепужніков Є. Д.²,
Караван Р. А., Луценко А. О., Штода В. С.

¹ Харківський національний автомобільно-дорожній університет

² Національний університет цивільного захисту України

Анотація. У статті наведено результати досліджень стійкості тришарової циліндричної оболонки. Визначено критичний тиск методом варіаційного обчислення з використанням рівняння Ейлера змішаної варіаційної задачі. Враховано фактори, які мають значний вплив на міцність і стійкість тришарової циліндричної оболонки, а саме приведені модуль пружності тришарової стінки. Унаслідок досліджень, з використанням методів варіаційного обчислення та рівняння Ейлера змішаної варіаційної задачі складено рівняння умови рівності внутрішніх і зовнішніх сил ортотропної конструкції, яка знаходиться в стані байдужої рівноваги з радіальним переміщенням. Приймаючи отримане раніше рівняння для радіальних переміщень і підставивши його в рівняння потенційної енергії системи на одиницю довжини, отримали рівняння для визначення критичного тиску. Отримане аналітичне рішення апробовано для конструкції кранового ходового колеса, яке має пружну вставку. Розроблено нову методику розрахунку тришарової циліндричної оболонки під дією зовнішнього тиску.

Ключові слова: тришарова оболонка, зовнішній тиск, модуль пружності, критичний тиск, стійкість, кранове колесо.

Вступ

Багатошарові конструкції значно поширені, тому що питання міцності та зменшення ваги машин приводять до необхідності застосування різних нових матеріалів.

Застосування багатошарових конструкцій, в основному тришарових пластин та оболонок, має місце в різних галузях техніки, таких як будівництво, суднобудування й авіабудування, ракетно-космічна техніка й машинобудування.

Тришарова оболонка, яка розглядається в статті, складається з двох зовнішніх міцних шарів, які з'єднані за допомогою заповнювача. Заповнювачем є матеріал, який має меншу міцність, ніж зовнішні шари, але забезпечує пружні властивості оболонки.

Аналіз публікацій

Методика розрахунків багатошарових оболонок на міцність і стійкість на сьогодні не мають належного розвитку [1, 2]. Шарувато-волокниста структура є важливою особливістю композитів, тому що характеризується присутністю армованих пружних шарів, які мають різні фізико-механічні властивості [3, 4]. Вирішення практичних питань проектування є актуальним у методологічному забезпеченні [5, 6].

Динамічні властивості тришарових циліндричних оболонок залежно від товщини проміжного шару досліджуються в роботі [7]. Це

дозволяє отримувати частоту вібрації тришарової конструкції за різних початкових умов. Але залишилися невирішеними питання, пов'язані з міцністю та стійкістю тришарової конструкції.

Питання міцності тришарової циліндричної оболонки кінцевої довжини з постійною неоднорідністю в температурному полі вирішені в роботі [8]. Дослідження дозволили зробити висновок про причини появи неоднорідності напружено-деформованого стану матеріалів. Але водночас не розв'язано задачу міцності тришарової оболонки за умови змінного температурного поля, що пов'язано з об'єктивними труднощами рішення такої задачі аналітичними методами.

Дослідження імпульсної дії навантаження на тришарову циліндричну оболонку в пружному середовищі описано в роботі [9]. Автори запропонували механіко-математичну модель динамічного демпфування тришарової циліндричної оболонки в пружному середовищі. Але не проведений аналіз впливу такого виду навантажень на міцність і стійкість самої тришарової оболонки.

Рішення задачі міцності тришарової циліндричної конструкції подане в роботі [10]. Це рішення дозволяє визначити напруження в оболонці залежно не тільки від її геометричних параметрів, але й модуля зсуву заповню-

вача, що покращує достовірність проектування та експлуатацію таких конструкцій. Але залишається невирішеним питання стійкості тришарової циліндричної оболонки, незважаючи на те, що для тонкостінних циліндричних оболонок питання стійкості є першочерговими.

У роботі [11] розглядалися вібраційні характеристики багат шарової циліндричної оболонки з підтримувальними кільцями, навантаженої внутрішнім тиском, за умови різного закріплення кінців оболонки. Дослідження показало, що наявність підтримувальних кілець збільшує частоту власних коливань. Водночас не було враховано, що в місцях приварювання підтримувальних кілець будуть виникати місцеві напруження, які мають досить великі значення та вплив на напружено-деформований стан циліндричної оболонки.

Аналіз вібрації тришарової циліндричної оболонки з підтримувальними кільцями проведено в роботі [12]. Дослідження показали, що частота коливань зменшується із зменшенням відношення довжини оболонки до її радіуса. Крім того, було визначено, що частота коливань зменшується, якщо збільшується товщина центрального шару. Але авторами не було враховано місцеві напруження, які виникають у місцях приварювання підтримувальних кілець і вплив цих напружень на статичні й динамічні навантаження в роботі таких оболонок.

У праці [13] на базі теорії пологих оболонок отриманий метод визначення критичного зовнішнього тиску для ортотропної та ізотропної циліндричних оболонок. Доведено, що швидкість навантаження оболонки суттєво впливає на критичний динамічний тиск. Але в згаданій роботі для визначення критичного тиску не отримано аналітичного значення. Метод визначення критичного зовнішнього тиску отриманий тільки за допомогою чисельного методу, а це погіршує розрахункову практику. Крім того, стійкість багат шарової конструкції не розглядалася.

Розрахунок тришарової циліндричної оболонки з урахуванням повзучості розглянуто в роботі [14]. Автори доводять, що повзучість середнього шару позитивно впливає на напружено-деформований стан всієї конструкції. Проте вплив інших факторів на напружений стан циліндричної оболонки не розглядався. Отриманий чисельний метод розрахунку, що значно зменшує цінність розрахунку.

Як бачимо з огляду літературних джерел [1–14], стійкість тришарової циліндричної

оболонки під дією зовнішнього тиску авторами не розглядалася.

Мета та постановка завдання

Метою дослідження є розроблення методики розрахунку тришарової циліндричної оболонки на стійкість, що значно покращить розрахункову практику таких конструкцій щодо визначення критичного зовнішнього тиску для тришарової циліндричної оболонки.

Для досягнення мети необхідно виконати такі завдання:

- визначити фактори, що впливають на стійкість тришарової циліндричної оболонки;
- з урахуванням геометричних та пружних властивостей шарів оболонки, а також закону розподілення зовнішнього тиску визначити значення критичного тиску для тришарової циліндричної оболонки.

Викладення основного матеріалу

Для визначення критичного тиску в процесі пружної роботи стінки циліндричної оболонки використовують формулу Мізеса, але його теорія в подальшому була доповнена [15–17].

У визначенні критичного тиску використувався метод варіаційного обчислення із застосуванням рівняння Ейлера змішаної варіаційної задачі.

Для визначення стійкості тришарової циліндричної оболонки треба максимально врахувати ті фактори, які мають значний вплив на її міцність і стійкість.

По-перше, це приведений модуль пружності тришарової стінки. Жорсткість на згин D_h замінюємо жорсткістю на згин тришарової оболонки з урахуванням деформації зсуву.

$$D_{cdv} = D_1 + D_2 + D_3, \quad (1)$$

де

$$D_1 = \frac{E \delta_{n1}^3}{12(1 - \mu^2)},$$

$$D_2 = \frac{E \delta_{n2}^3}{12(1 - \mu^2)},$$

$$D_{12} = \frac{2E \delta_{n1} \delta_{n2} (h + 0,5 \delta_{n.c})^2}{12(1 - \mu^2) \delta_{n.c}},$$

$$w = \frac{m\pi}{L}.$$

Для визначення стійкості тришарової циліндричної оболонки заміняємо еквівалентну товщину стінки сумарною товщиною несучих шарів:

$$\delta_{n,cp} = 0,5(\delta_{n1} + \delta_{n2}), \quad (2)$$

де δ_{n1}, δ_{n2} – товщини несучих шарів.

Тоді

$$p(x) = p_0(1 - ax^2), \quad (3)$$

де $p(x)$ – зовнішній тиск, який діє на оболонку.

У разі радіального стиснення оболонка буде мати радіальні переміщення:

$$w = \xi(x) \cos n\varphi. \quad (4)$$

За умови постійного зростання стиснення до $p_{кр}$ робота зовнішнього навантаження переходить у потенціальну енергію радіального тиску.

Умова рівності робіт внутрішніх і зовнішніх сил ортотропної конструкції, яка знаходиться в стані байдужої рівноваги з радіальним переміщенням:

$$U = \int_0^L \Gamma dx = 0, \quad (5)$$

де

$$\Gamma = \oint \left[\frac{1}{2} m_\varphi x_\varphi + \frac{1}{2} \sigma_x \delta_c \varepsilon_x - \frac{1}{2} p_{кр} R w x_\varphi \right] R d\varphi. \quad (6)$$

де m_φ – поперечні моменти згину:

$$m_\varphi = D(x_\varphi + \mu x_x),$$

де x_φ – зміна кривизни середньої поверхні в коловому напрямку:

$$x_\varphi = -\frac{1}{R} \left(\frac{d^2 w}{d\varphi^2} + w \right).$$

D і R відповідно – модуль пружності та радіус серединної поверхні оболонки, x_x – зміна кривизни середньої поверхні в напрямку твірної:

$$x_x = -\frac{d^2 w}{dx^2},$$

де μ – коефіцієнт Пуассона;

σ_x – додаткові осьові нормальні напруження.

$$\sigma_x = E \varepsilon_x,$$

де E – модуль пружності;

ε_x – осьова відносна деформація.

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} = -\frac{R}{n^2} \frac{d^2 \xi(x)}{dx^2} \cos n\varphi.$$

Після підставлення цих величин отримаємо:

$$\Gamma = \left[\frac{D_h (n^2 - 1)^2}{2R^4} \xi^2(x) + \frac{E \delta_c R^2}{2n^4} \left(\frac{d^2 \xi(x)}{dx^2} \right)^2 - \frac{(n^2 - 1)}{2R} p_0 \xi^2(x) \right] \pi R, \quad (7)$$

де

$$\theta_1 = \frac{D_h (n^2 - 1)^2}{2R^4}, \quad \theta_2 = \frac{E \delta_c R^2}{2R^4},$$

$$\theta_3 = \left(\frac{d^2 \xi(x)}{2R^4} \right)^2,$$

$$\theta_4 = \frac{(n^2 - 1)}{2R}.$$

Отримане раніше рівняння для функції прогину тришарової оболонки має вигляд [10]:

$$\xi(x) = e^{k_n x} (C_1 \sin k_n x + C_2 \cos k_n x) + \frac{k}{k_n^4} p_0 (1 - ax^2), \quad (8)$$

де

$$C_1 = \frac{p_0 \alpha \cos \varphi}{x^4 (\alpha^2 - \beta^2)} \cos \beta \frac{L}{2},$$

$$C_2 = \frac{p_0 \alpha \cos \varphi}{x^4 (\alpha^2 - \beta^2) \left(e^{\alpha \frac{L}{2}} - e^{-\alpha \frac{L}{2}} \right)} \sin \beta \frac{L}{2}$$

$$k_n^4 = \frac{\frac{2,28}{G_{зан} R^2 F} - \frac{33,44}{D_t}}{4ER \left(\frac{33266,89}{G_{зан}^2 R^4 F^2} - \frac{58923}{D_t^2} \right)},$$

$$k = \frac{\left(\frac{103,2}{D_t} - \frac{39,71}{G_{зан} R^2 F} \right)}{2\pi R^2 E \left(\frac{33266,89}{G_{зан}^2 R^4 F^2} - \frac{58923}{D_t^2} \right)},$$

$$\chi^4 = \frac{4E \delta_{n,cp}}{D_t R^2 (\delta_{n,cp} + 1)},$$

$$2\nu^2 = \frac{E \delta_{n,cp}}{R^2 h G_{зан} (2\delta_{n,cp} + 1)},$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\chi^2 + \nu^2}{2}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\chi^2 - \nu^2}{2}}$$

$$k = \frac{\frac{103.2}{D_t} - \frac{39.71}{G_{3an}R^2F}}{2\pi R^2 \left(\frac{33266.89}{G_{3an}R^4F^2} - \frac{58923}{D_t} \right)}$$

Розв'язанням рівняння (7) буде:

$$p_{kp} = \frac{\left[\frac{D_{cos}(n^2-1)}{2R^4} + \frac{E\delta_{n,sp}R\tau_2}{2n^4\tau_1} \right] 2R}{n^2-1}, \quad (9)$$

де

$$\tau_1 = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 - \gamma_5 - \gamma_6 \quad (10)$$

$$\gamma_1 = \frac{(e^{2k_n L} - 1)}{4k_n} (C_1^2 + C_2^2),$$

$$\gamma_2 = \frac{(e^{2k_n L} - 1)[\cos 2k_n L - 1] + \sin 2k_n L}{4k_n} \theta_6,$$

$$\theta_6 = C_2^2 - C_1^2,$$

$$\gamma_3 = 2C_1 C_2 \frac{(e^{2k_n L} - 1)[\sin 2k_n L - 1]}{4k_n},$$

$$\gamma_4 = \frac{p_0 k (e^{k_n L} - 1)}{k_n^5} \{C_1 \theta_7 + C_2 \theta_8\},$$

$$\theta_7 = [\sin k_n L - (\cos k_n L) - 1],$$

$$\theta_8 = [(\cos k_n L - 1) + \sin k_n L],$$

$$\gamma_5 = \frac{akC_1(e^{k_n L} - 1)}{k_n^5} [\theta_9 \sin k_n L - \theta_{10}(\cos k_n - 1)],$$

$$\theta_9 = L^2 - \frac{1}{k_n}, \quad \theta_{10} = L^2 + \frac{1}{k_n},$$

$$\gamma_6 = \frac{akC_2(e^{k_n L} - 1)}{k_n^5} \theta_{11} - \theta_{12},$$

$$\theta_{11} = \left[\left(L^2 - \frac{1}{k_n} \right) (\cos k_n L - 1) \left(L^2 + \frac{1}{k_n} \right) \sin k_n L \right],$$

$$\theta_{12} = \frac{k^2 p_0^2 L}{k_n^8} \left(\frac{aL^2}{3} - 1 \right),$$

$$\tau_2 = \gamma_7 - \gamma_8 + \gamma_9 + \gamma_{10} - \gamma_{11}, \quad (11)$$

$$\gamma_7 = C_1^2 k_n^3 (e^{2k_n L} - 1) [1 + 2(\cos 2k_n L - 1) + \theta_{13}],$$

$$\theta_{13} = \sin 2k_n L,$$

$$\gamma_8 = C_1 C_2 k_n (e^{2k_n L} - 1) [\sin 2k_n L - (\cos 2k_n L - 1)],$$

$$\gamma_9 = \frac{4k^2 a^2 p_0^2 L}{k_n^8},$$

$$\gamma_{10} = C_2^2 k_n^3 (e^{2k_n L} - 1) [1 + 2(\cos 2k_n L - 1) + \theta_{14}],$$

$$\theta_{14} = \sin 2k_n L,$$

$$\gamma_{11} = \frac{8kap_0}{k_n^3} (e^{2k_n L} - 1) C_2 [\sin k_n L - (\cos k_n L - 1)].$$

Отримане аналітичне рішення для визначення критичного зовнішнього тиску для тришарової циліндричної оболонки, що перебуває під дією зовнішнього тиску.

Проведемо розрахунки для тришарової оболонки (рис. 1–3) з такими параметрами: $R=100$ мм, $L=80$ мм, матеріал зовнішніх шарів чавун СЧ 18–36 з модулем пружності $E=1,4 \times 10^5$ МПа.

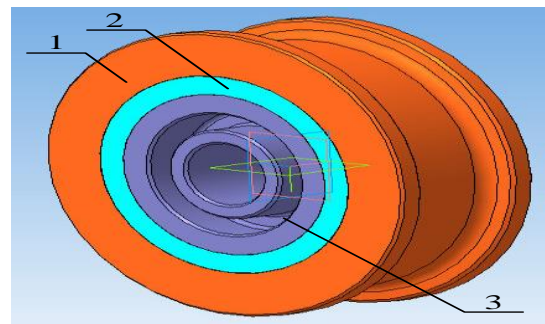


Рис. 1. Колесо ходове кранове з пружним кільцем, розташованим в ободі: 1 – обід; 2 – пружне кільце (еластична, гумова вставка); 3 – маточина

Матеріал внутрішнього шару – гумова суміш 7–7130 з модулем пружності $E_{3an}=80,1$ МПа, $h=20$ мм, $\delta_{n1}=22$ мм, $\delta_{n2}=45$ мм.

З рівняння (9) перший складник набагато більший, ніж другий, тому в інженерних розрахунках для спрощення можна враховувати тільки перший складник і тоді отримаємо

$p_{кр}=1267$ МПа. Для кранових ходових коліс допустимий тиск на колеса приймається у межах 250 МПа, тобто маємо запас стійкості рейки $n_c=1267/250=5,1$. Як бачимо, запас стійкості більш ніж достатній.

Для проведення подальших досліджень було запропоновано ходове колесо з пружним кільцем [18]. Раніше проведені експерименти показали, що таке колесо має низку переваг порівняно із суцільними колесами [19].

Пружне кільце (еластична, гумова вставка) (рис. 2) має ступінчасту форму, яка входить в пази, нарізані на внутрішній поверхні колеса (рис. 3).

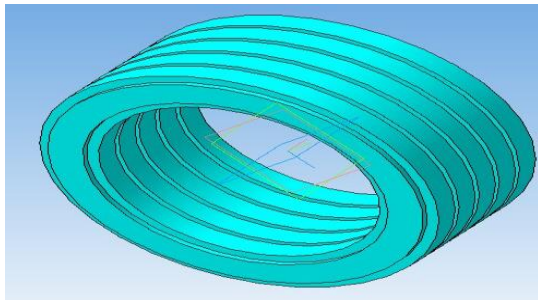


Рис. 2. Пружне кільце (еластична, гумова вставка)

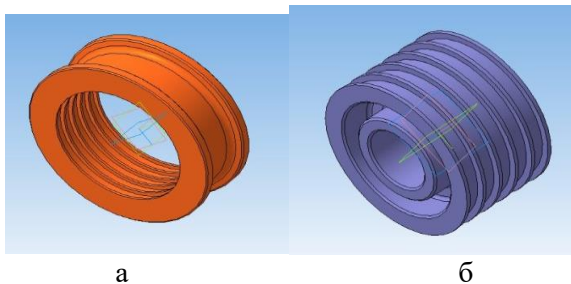


Рис. 3. Конструкція ходового кранового колеса з пружним кільцем (еластичною, гумовою вставкою): а – обід; б – маточина

Завдяки заповнювачу завтовшки h тришарові оболонки, за умови відносно невеликої маси, мають високу міцність і жорсткість, що пояснюється великим значенням моменту інерції всієї стінки. Порівняно із звичайною одношаровою стінкою момент інерції може збільшуватися в десятки разів.

Також досліджено вплив товщини зовнішнього шару оболонки на критичний тиск (рис. 4) і товщини пружної вставки на критичний тиск (рис. 5).

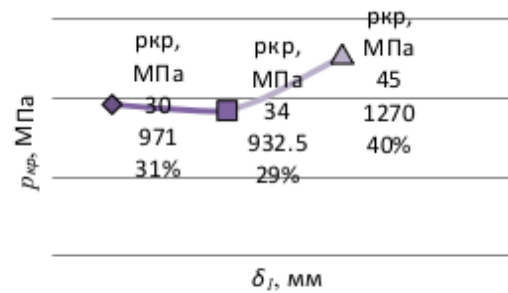


Рис. 4. Вплив товщини зовнішнього шару циліндричної оболонки на критичний тиск

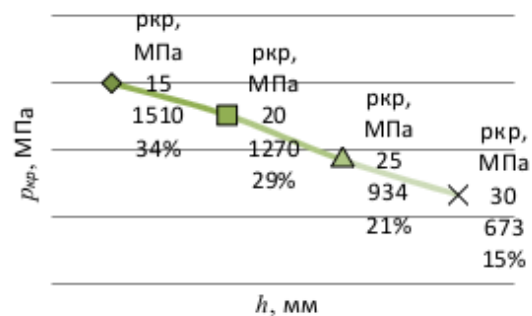


Рис. 5. Вплив товщини пружної вставки на критичний тиск циліндричної тришарової оболонки

Аналіз результатів

Запропонований у цій роботі розрахунок може бути застосований до тришарової циліндричної конструкції, яка має розподілений зовнішній тиск відповідно до формули (7). Якщо закон розподілення буде відрізнятись, то потрібно отримати нове значення прогину оболонки, тобто формулу (17), і за запропонованою методикою визначити критичний тиск.

Отримана методика є універсальною, оскільки дає змогу провести розрахунок тришарової циліндричної оболонки, яка перебуває під дією зовнішнього тиску.

Висновки

1. У роботі наведено нову методику розрахунку тришарової циліндричної оболонки на стійкість з урахуванням геометричних і пружних властивостей усіх шарів, а також закону розподілення зовнішнього тиску.

2. Для наведеного ходового колеса, яке складається з трьох шарів, критичний тиск буде дорівнювати 1267 МПа, тоді як максимальний тиск, що виникає в зоні ходового колеса становить 2,7 МПа. Як бачимо, запропонована конструкція кранового колеса є дуже міцною щодо стійкості.

Література

- Pavliuk A. V. Dynamics of three-layer cylindrical shells elliptical cross-section with a longitudinal-transverse discrete ribbed filler. *Physics and chemistry of solidstate*. 2017. No. 18 (2). P. 243–248. Doi: <https://doi.org/10.15330/pcss.18.2.243-248>
- Vibration analysis of a three-layered FGM cylindrical shell including the effect of ring support / M. Ghamkhar, M. Naem, M. Imran, C. Soutis. *Open Physics*. 2019. No. 17 (1). P. 587–600. Doi: <https://doi.org/10.1515/phys-2019-0060>
- Каіров О. С., Власов О. І., Латанська Л. О. Власні коливання конструктивно неоднорідних багатосферних ортотропних циліндричних оболонок із композиційних матеріалів. *Вісник запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2017. № 2. С. 57–65. URL: <http://journalsofznu.zp.ua/index.php/phys-math/article/view/1303>
- Determining mechanical properties of a pressure fire hose the type of «Т» / O. Larin et al. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. No. 6/7 (102). P. 63–70. Doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.184645>
- Methodology remaining lifetime determination of the building structures / Y. Otrosh et al. *MATEC Web of Conferences*. 2018. No. 230. P. 1–7. Doi: <https://doi.org/10.1051/matec-conf/201823002023>
- Hygrothermoelastic analysis of orthotropic cylindrical shells / Ali J. Mohamed et al. *Latin American Journal of Solids and Structures*. 2016. No. 13. P. 573–589. Doi: <http://dx.doi.org/10.1590/1679-78252249>
- Surianinov M., Yemelianova T., Lazariya D. Analytical and computer research of stability of three layer shells, supported by stiffness ribs. *International Journal of Engineering & Technology*. 2018. No. 7(4). P. 6797–6800. Doi: <https://doi.org/10.14419/ijet.v7i4.24672>
- (2012). Vibrations of three-layered cylindrical shells with FGM middle layer resting on Winkler and Pasternak foundations / A. Shah, A. Ali, M. Naem, S. Arshad. *Advances in Acoustics and Vibration*. 2012. P. 1–11. Doi: <https://doi.org/10.1155/2012/507031>
- Леоненко Д. В., Старовойтов Э. И. Импульсные воздействия на трехслойные круговые цилиндрические оболочки в упругой среде. *Изв. Саратов. ун-та*. 2015. № 15 (2). С. 202–209. Doi: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2015-15-2-202-209>
- Фідровська Н. М., Слепужніков Є. Д., Перевозник І. А. Визначення міцності трьохшарової циліндричної оболонки. *Машинобудування*. 2019. № 24. С. 17–23. Doi: <https://doi.org/10.32820/2079-1747-2019-24-17-23>
- Isvandzibaei M., Jamaluddin H., Hamzah R. Effects of ring support and internal pressure on the vibration behavior of multiple layered cylindrical shells. *Advances in Mechanical Engineering*. 2013. P. 1–13. Doi: <http://dx.doi.org/10.1155/2013/791917>
- Vibration frequency analysis of three-layered cylinder shaped shell with effect of FGM central layer thickness / M. Ghamkhar et al. *Scientific Reports*. 2019. No. 9. P. 1–13. Doi: <https://doi.org/10.1038/s41598-018-38122-0>
- Дубровин В. М., Бутина Т. А. Моделирование динамической устойчивости цилиндрической оболочки при действии внешнего избыточного давления. *Наука и инновации*. 2014. № 6. С. 1–14. Doi: <https://doi.org/10.18698/2308-6033-2014-6-1237>
- Чепуренко А. С., Языев Б. М., Лапина А. П. Расчет трехслойной цилиндрической оболочки с учетом ползучести. *Строительство и архитектура*. 2018. № 4 (21). С. 14–18. Doi: https://doi.org/10.29039/article_5c35ed650acfc0.48169070
- Тимошенко С. П. Устойчивость стержней пластин и оболочек. Москва: Наука, 1971. URL: http://books.totalarch.com/stability_of_the_plates_and_shells
- Алфутов Н. А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. Москва: Машиностроение, 1978. URL: <https://www.twirpx.com/file/575632/>
- Фідровська Н. М., Григоров О. В. Уточнений розрахунок канатного барабану на стійкість. *Машинобудування*. 2017. № 7 (8). С. 32–38. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Mashbud_2011_7-8_6
- Increase of operating reliability of the travel wheel using the use of the elastic inserts / N. Fidrovskaya et al. *EUREKA: Physics and Engineering*. 2020. No. 5 (30). P. 69–79. Doi: <https://doi.org/10.21303/2461-4262.2020.001387>
- Determining stresses in the metallic structure of an overhead crane when using running wheels of the new design / N. Fidrovskaya et al. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021. No. 1/7 (109). P. 22–31. Doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.225097>
- Лизин В. Т., Пяткин В. А. Проектирование тонкостенных конструкций. Москва: Машиностроение, 2003. URL: <https://e.lanbook.com/book/817>

References

- Pavliuk, A.V. (2017). Dynamics of three-layer cylindrical shells elliptical cross-section with a longitudinal-transverse discrete ribbed filler. *Physics and chemistry of solidstate*, no. 18 (2), pp. 243–248. Doi: <https://doi.org/10.15330/pcss.18.2.243-248>
- Ghamkhar, M., Naem, M., Imran, M., Soutis, C. (2019). Vibration analysis of a three-layered FGM cylindrical shell including the effect of ring-support. *Open Physics*, no. 17 (1), pp. 587–600.

- Doi: <https://doi.org/10.1515/phys-2019-0060>
3. Kairov, O. S., Vlasov, O. I., Latanska, L. O. (2017). Vlasni kolyvannia konstruktyvno neodnoridnykh bahatosharovykh ortotropnykh tsylindrychnykh obolonok iz kompozytsiinykh materialiv. *Visnyk Zaporizkoho natsionalnoho universytetu. Fyzyko-matematychni nauky*, no. 2, pp. 57–65.
URL: <http://journalsofznu.zp.ua/index.php/physmath/article/view/1303>
 4. Larin, O., Morozov, O., Nazarenko, S., Chernobay, G., Kalynovskyi, A., Kovalenko, R., Fedulova, S., Pustovoitov, P. (2019). Determining mechanical properties of a pressure fire hose the type of «Т». *Eastern-European Journal of Enterprise Technologie*, no. 6/7 (102), pp. 63–70.
Doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.184645>
 5. Otrosh, Y., Kovalov, A., Semkiv, O., Rudeshko, I., Diven, V. (2018). Methodology remaining lifetime determination of the building structures. *MATEC Web of Conferences*, no. 230, pp. 1–7. Doi: <https://doi.org/10.1051/matec-conf/201823002023>
 6. Mohamed, Ali J., Alsubari, S., Aminanda, Y. (2016). Hygrothermoelastic analysis of orthotropic cylindrical shells. *Latin American Journal of Solids and Structures*, no. 13, pp. 573–589. Doi: <http://dx.doi.org/10.1590/1679-78252249>
 7. Surianinov, M., Yemelianova, T., Lazarieva, D. (2018). Analytical and computer research of stability of three layer shells, supported by stiffness ribs. *International Journal of Engineering & Technology*, no. 7 (4), pp. 6797–6800. Doi: <https://doi.org/10.14419/ijet.v7i4.24672>
 8. Shah, A., Ali, A., Naeem, M., Arshad, S. (2012). Vibrations of three-layered cylindrical shells with FGM middle layer resting on Winkler and Pasternak foundations. *Advances in Acoustics and Vibration*, pp. 1–11.
Doi: <https://doi.org/10.1155/2012/507031>
 9. Leonenko, D. V., Starovoitov, E. I. (2015). Impulsive action on the three-layered circular cylindrical shells in elastic media. *Izv. Saratov Univ.*, no. 15 (2), pp. 202–209. Doi: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2015-15-2-202-209>
 10. Fidrovskaya, N. M., Slepuzhnikov, Ye. D., Perevoznik, I. A. (2019). Vyznachennia mitsnosti trokhsharovoi tsylindrychnoi obolonky. *Mashynobuduvannia*, no. 24, pp. 17–23. Doi: <https://doi.org/10.32820/2079-1747-2019-24-17-23>
 11. Isvandzibaei, M., Jamaluddin, H., Hamzah, R. (2013). Effects of ring support and internal pressure on the vibration behavior of multiple layered cylindrical shells. *Advances in Mechanical Engineering*, pp. 1–13. Doi: <http://dx.doi.org/10.1155/2013/791917>
 12. Ghamkhar, M., Naeem, M., Imran, M., Kamran, M., Soutis, C. (2019). Vibration frequency analysis of three-layered cylinder shaped shell with effect of FGM central layer thickness. *Scientific Reports*, no. 9, pp. 1–13. Doi: <https://doi.org/10.1038/s41598-018-38122-0>
 13. Dubrovin, V. M., Butina, T. A. (2014). Modelirovanie dinamicheskoy ustoychivosti tsilindricheskoy obolochki pri deystvii vneshnego izbytochnogo davleniya. *Naukaiinnovatsii*, no. 6, pp. 1–14. Doi: <https://doi.org/10.18698/2308-6033-2014-6-1237>
 14. Chepurnenko, A. S., Yazyiev, B. M., Lapina, A. P. (2018). Raschet trehsloynoy tsilindricheskoy obolochki s uchetom polzuchesti. *Stroitelstvo i arhitektura*, no. 4 (21), pp. 14–18. Doi: https://doi.org/10.29039/article_5c35ed650afc.48169070
 15. Timoshenko, S. P. (1971). Ustoychivost sterzhney plastin i obolochek. Moskva: Nauka. URL: http://books.totalarch.com/stability_of_the_plates_and_shells
 16. Alfutov, N. A. (1978). Osnovy i raschet anaustoychivost uprugih sistem. Moskva: Mashinostroenie.
URL: <https://www.twirpx.com/file/575632/>
 17. Fidrovskaya, N. M., Hryhorov, O. V. (2011). Utochnenyi rozrakhunok kanatnoho barabanu na stiikest. *Mashynobuduvannia*, no. 7 (8), pp. 32–38. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Mashbud_2011_7-8_6
 18. Fidrovskaya, N., Slepuzhnikov, E., Larin, O., Varchenko, I., Lipovyi, V., Afanasenko, K., Harbuz, S. 2020. Increase of operating reliability of the travel wheel using the use of the elastic inserts. *EUREKA: Physics and Engineering*, no. 5 (30), pp. 69–79. Doi: <https://doi.org/10.21303/2461-4262.2020.001387>
 19. Fidrovskaya, N., Slepuzhnikov, E., Varchenko, I., Harbuz, S., Shevchenko, S., Chyrkina, M., Nesterenko, V. (2021). Determining stresses in the metallic structure of an overhead crane when using running wheels of the new design. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, no. 1/7 (109), pp. 22–31. Doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.225097>
 20. Lizin, V. T., Pyatkin V. A. (2003). Proektirovanie tonkostennyih konstruksiy. Moskva: Mashinostroenie.
URL: <https://e.lanbook.com/book/817>
- Фідровська Наталя Миколаївна**, д-р техн. наук, професор, кафедра будівельних та дорожніх машин Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, тел.: 0973969883, nfidrovskaya@ukr.net;
- Слепузніков Євген Дмитрович**, канд. техн. наук, Національний університет цивільного захисту України, тел.: (063)831-80-94, ors2011@ukr.net;
- Караван Руслан Андрійович**, аспірант Харківського національного автомобільно-

дорожнього університету,
тел.: 0966991251, karavanaqw@gmail.com;
Лушенко Андрій Олександрович, аспірант
Харківського національного автомобільно-
дорожнього університету, тел.: 0958140431,
andrey.lushchenko.96@gmail.com;
Штода Вадим Сергійович, аспірант Харківського
національного автомобільно-дорожнього
університету,
тел.: 0956572666, хapbkob4ahuh@gmail.com.

Stability of a three-layer cylindrical shell

Abstract. Problem. The article presents the results of studies of the stability of a three-layer cylindrical shell. Factors that have a significant impact on the strength and stability of the three-layer cylindrical shell were taken into account, namely the reduced modulus of elasticity of the three-layer wall. **Goal.** The purpose of the study is to develop a methodology for calculating the stability of a three-layer cylindrical shell, which will significantly improve the calculation practice of such structures in relation to determining the critical external pressure for a three-layer cylindrical shell. **Methodology.** The method of variational calculation using the Euler equation of the mixed variational problem was used to determine the critical pressure. To determine the stability of the three-layer cylindrical shell, those factors that have a significant impact on its strength and stability were taken into account, namely the reduced modulus of elasticity of the three-layer wall. The bending stiffness Dh was replaced by the bending stiffness of the three-layer shell taking into account the shear deformation. **Results.** The current state of the issue of the stability of a three-layer cylindrical shell has been studied. Using the methods of variational calculation with the Euler equation of the mixed variational problem, the equation of the condition of equality of the internal and external forces of the orthotropic structure, which is in a state of indifferent equilibrium with radial displacement, is compiled. Accepting the previously obtained equation for radial movements and substituting it into the equation for the potential energy of the system per

unit length, we obtained the equation for determining the critical pressure. The obtained analytical solution was tested for the design of the crane running wheel, which has an elastic insert. We will get $p_{kr} = 1267$ MPa. For crane running wheels, the allowable pressure of the wheel on the rail is taken within 250 MPa, that is, we have a reserve of stability of the rail $n_c = 1267/250 = 5.1$. As you can see, the margin of stability is more than sufficient. In addition, a comparison was made between the obtained method of calculating the stability of a three-layer cylindrical shell and the method described in [20]. **Originality.** A new method of calculating a three-layer cylindrical shell under the action of external pressure has been developed. A quantitative assessment of the critical pressure of the traveling crane wheel, which has an elastic insert, was carried out. **Practical value.** A technique for determining the critical pressure of a three-layer cylindrical structure under the action of external pressure has been created.

Key words: three-layer shell, external pressure, modulus of elasticity, critical pressure, stability, crane wheel.

Fidrovskaya Natalia, DSci (Engineering), Professor
Department of Construction and Road-Building Machinery,
Kharkiv National Automobile and Highway University,
nfidrovskaya@ukr.net,
0973969883;

Slepuzhnikov Evgen., PhD National University of
Civil Defence of Ukraine Chernyshevskaya str., 94,
61023, Kharkiv, Ukraine, (063)831-80-94,
ors2011@ukr.net;

Karavan Ruslan, PhD Kharkiv National Automobile
and Highway University, 0966991251, karavanaqw@gmail.com;

Lushchenko Andrii, PhD Kharkiv National Automobile
and Highway University, 0958140431, andrey.lushchenko.96@gmail.com;

Shtoda Vadim, PhD Kharkiv National Automobile
and Highway University, 0956572666,
хapbkob4ahuh@gmail.com.