

## БУДІВНИЦТВО ТА ЦИВІЛЬНА ІНЖЕНЕРІЯ

УДК 624.04:539.3

DOI: 10.30977/BUL.2219-5548.2022.98.0.93

ПРО ОДИН ПІДХІД ФОРМУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЇ ПРОЄКТУВАННЯ  
РАЦІОНАЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Шмуклер В. С.

Харківський національний університет міського господарства  
імені О. М. Бекетова

**Анотація.** Розглянуто варіант побудування технології прямого проєктування (топологічна оптимізація) об'єктів будівництва. Основою її процедур служать критерії раціоналізації конструктивних параметрів, які базуються на дослідженні трансформацій потенціальної енергії деформацій та щільності потенціальної енергії деформацій при перебудові структури системи. Позначено склад послідовності дій при варіантному проєктуванні, формуванні образу конструкції, а також при оцінюванні віртуального прогнозу її особливостей руйнування конструктивної системи. Алгоритмізація методу позначена при розгляданні технології проєктування стержнів, пластин і оболонок. У рамках згаданих прикладів показана процедура створення елементів зі складною внутрішньою геометрією. Результати топологічної оптимізації тестовані шляхом зіставлення з відомими рішеннями. Наведено приклади використання отриманих результатів у практиці проєктування і будівництва ряду об'єктів. Враховуючи синергетичну суть методу, надано власне трактування прогресуючого обвалення та алгоритм встановлення розрахунковим шляхом його можливої прояви.

**Ключові слова:** раціоналізація, енергетичний портрет системи, складна внутрішня геометрія, щільність потенціальної енергії деформацій, прогресуюче обвалення, критерій граничного стану.

## Вступ

Сучасний стан світової ресурсної бази (насамперед корисних копалин), флуктуації клімату, необхідність зведення об'єктів будівництва в складних інженерно-геологічних і інженерно-гідрологічних умовах (кращі землі слід віддавати під дендрологічні та сільськогосподарські потреби) зумовлюють актуальність створення конструктивних систем, які володіють набором характеристик, що забезпечують їх надійність, екологічну позитивність та економічну доцільність. До сказаного слід додати перманентно зростаючу складність конструкторських рішень, що є наслідком перерахованих факторів, експлуатацію вторинних ефектів, а також високу варіабельність і розвинуту комбінаторику архітектурних об'ємно-планувальних і технологічних рішень. Цілком ймовірно, що базисом для задоволення перелічених вимог є сучасні технології проєктування і зведення будівель і споруд. Обмежуючись розгляданням технологій проєктування, можна констатувати, що максимальний ефект тут може бути досягнутий при експлуатації методів регулювання напружено-деформованим станом елементів, а також удосконаленням процедур синтезу,

оптимізації та раціоналізації власне конструктивних рішень [1, 4, 5, 6]. Результатом найбільш перспективного рішення позначеної проблеми з'явилося формування нового напрямку, який називається *топологічною (біоенергетичною) оптимізацією* [22, 24]. Його обчислювальна реалізація, зокрема, представлена у відомих програмних комплексах [16, 17, 18, 19]. Причому термін "*біоенергетична оптимізація*" пов'язаний із побудовою процедур пошуку геометричного образу конструктиву, який створюється за аналогією з об'єктами живої природи (галілеївський принцип). До вказаних методів відноситься й презентований тут біоенергетичний метод (ВЕО), що є концептуально ексклюзивною модифікацією даного напрямку [11, 21]. Фундаментальна парадигма підходу полягає в зробленому теоретичному формуванні образу конструкції (форма і зміст), при цьому з урахуванням багатозначності завантажень і видів обпирання. Окрім того, результати рішень сформульованих прямих (а не повірочних зворотних) задач носять, як правило, інноваційний (патентно чистий) характер, що задає топологію і/або фізико-механічні атрибути конструкції. Репрезентативність отриманих результатів підтверджена значною кількістю

об'єктів із залізобетону, сталезалізобетону, металу, які запроєктовані, зведені та експлуатуються (рис. 1, 2).



Рис. 1. Обласний центр адміністративних послуг у м. Харкові



Рис. 2. «Будинок нерухомості» в м. Харкові

В основі методу лежать нові енергетичні принципи, запропоновані у [5, 6] і розвинуті в [21]. Суть їх зводиться до такого.

Нехай розглядається локалізована підсистема (конструкція, споруда), яка характеризується деякими зовнішніми та внутрішніми параметрами. *Зовнішні параметри* зумовлюють опір системи без зміни загального об'єму матеріалу. Наприклад, це параметри, що визначають габарити елементів, координати опорних в'язей, координати місць прикладення зовнішніх навантажень, їх вид і т.ін. *Внутрішні параметри* визначають топологію, об'єм, а також властивості матеріалів.

У [5, 6] запропоновано важливе положення, що узагальнює поняття раціональності: *для регульованих систем з постійним об'ємом матеріалу, числом зовнішніх і внутрішніх в'язей під дією статичного зовнішнього навантаження – власної ваги, потенціальна енергія деформації після перебудови досягає нижньої межі на раціональному поєднанні величин геометричних параметрів:*

$$U = \inf_{\alpha} U(\alpha^k), \quad k=1, 2, \dots, \infty, \quad (1)$$

де  $k$  – номер варіанта порівняння;  $\alpha \in M$ ,  $M$  – безліч допустимих значень зовнішніх геометричних параметрів.

Цей постулат, ґрунтований принципом можливих переміщень Лагранжа, зумовлює підхід примусового формування зовнішніх (екстенсивних) параметрів конструктивних систем, у тому числі тих, які розглядаються. При цьому надалі приймається приблизно, що в якості навантажень може виступати не тільки власна вага. Що ж стосується алгоритмів пошуку внутрішніх (інтенсивних) параметрів, то вони також базуються на використанні енергетичного аспекту проблеми. У зв'язку з чим введемо знову ж в дусі [5, 6] ряд робочих гіпотез. Зокрема, прийнемо, що механічна система є умовно відкритою, тобто в кожній точці середовища існує стік і джерело речовини – «будівельного матеріалу». Будемо також вважати, що система наділена властивістю метаболізму (обміну), що є характерним для живих організмів. Окрім того, передбачається, що швидкість переносу речовини значна й усунення або додавання його в елементах системи відбувається миттєво. Нехай роль четвертої координати (умовного часу) в моделі, що формується, виконує щільність енергії деформацій  $e$ , яка нелінійним чином залежить від координат. Іншими словами вважається, що розподілення  $e$  дозволяє відрізнити минуле від теперішнього й майбутнього. І, нарешті, ідеальним станом системи (атрактором) є ізоенергетичність, тобто стан, при якому  $e = \text{const}$ . Виходячи з ідеології побудови енергетичних критеріїв граничних станів [7], приймається, що елементарний об'єм переходить в новий стан при досягненні щільністю енергії деформацій деякого граничного значення. У зв'язку з чим при побудованні алгоритмів проектування конструкцій тут істотним чином використовується структуроутворююча фундаментальна величина  $e_u$  – міра в'язкості матеріалу або гранична щільність енергії деформацій [10]. Гранична щільність енергії деформацій (ЩПЕД) визначається роботою, яка витрачається на деформацію зразку аж до його руйнування, яка припадає на одиницю об'єму і вимірюється площею індикаторної діаграми напруження-деформація « $\sigma - \varepsilon$ » ( $\sigma$  – напруження,  $\varepsilon$  – деформація). Таким чином, мірою в'язкості (ресурсом) може служити питома робота. Із сказаного випливає, що якщо в індивідуальному об'ємі, наприклад, у скінченному елементі  $e > e_u$  ( $e$  – щільність енергії деформацій) цей об'єм

руйнується. Більше того, якщо зони руйнування досить великі, то можливо порушення цілісності системи (конструкції), її розпад. Як відомо, площа індикаторної діаграми залежить від двох генеральних розмірів – вздовж осі  $\varepsilon$  (міра пластичності) і вздовж осі  $\sigma$  (міра міцності). Міра пластичності (гранична деформативність) залежить від умов, в яких протікає деформування: температури, форми зразку, швидкості деформування. Міра міцності, в свою чергу, залежить від виду напруженого стану, форми і розмірів зразку, а для таких матеріалів як бетон від часу, умов твердіння і тривалості навантаження. Вочевидь, що чим вище в'язкість, тим краще матеріал при використанні в конструкції, оскільки тим більшу роботу необхідно затратити для його руйнування. З величиною ресурсу пов'язана дуже цінна якість конструкції – резильянс, що визначається кількістю пружної енергії, яку можна запасти в конструкції, не завдаючи їй пошкоджень [21]. Таким чином, ЩПЕД залежить від згаданих вище механічних характеристик матеріалу: міри міцності, міри пластичності і виду напруженого стану. Ідеальний стан системи – ізоенергетичність, тобто такий, при якому  $e \rightarrow \text{const}$ . У теоретичному плані становить інтерес встановлення розподілення речовини в конструкції, при якому  $e = e_u$ , оскільки у цьому випадку досягається глобальний мінімум витрат матеріалу. Саме цей стан характеризує межу між енергетично рівномісним станом (ідеальний порядок) і руйнуванням всіх елементів системи одночасно (хаос).

Наведені положення, як впливає з викладеного, містять величину граничної щільності потенціальної енергії  $e_u$ . З цієї характеристики пов'язане поняття нормованого значення щільності потенціальної енергії деформації  $e_n$ , або нормованого потенціалу деформації [21], необхідного для побудови енергетичного рівномісності системи. Далі відповідно до принципів [5, 6] зазначимо окремі (парціальні) величини ЩПЕД так, що

$$e_n = e_n(e_{nc}; e_{nt}; e_{nsh}), \quad (2)$$

де  $e_{nc}$ ;  $e_{nt}$ ;  $e_{nsh}$  – нормовані величини ЩПЕД для деформацій стиску, розтягу і зсуву відповідно.

При цьому кожному окрему ЩПЕД подамо у вигляді:

$$e_{nc} = \frac{9}{2} K \cdot \varepsilon_0^2 + \int_0^{\varepsilon_{nc}} \sigma_c d\varepsilon_c, \quad (3)$$

$$e_{nt} = \frac{9}{2} K \cdot \varepsilon_0^2 + \int_0^{\varepsilon_{nt}} \sigma_t d\varepsilon_t, \quad (4)$$

$$e_{nsh} = \int_0^{\varepsilon_{nsh}} \tau d\gamma, \quad (5)$$

де  $K = \frac{E_0}{3(1-2\nu)}$  – об'ємний модуль деформацій;  $E_0$  – початковий модуль деформацій 1-го роду матеріалу;  $\varepsilon_0 = \frac{1}{3} I_1(T_\varepsilon)$ ;  $I_1(T_\varepsilon)$  – перший інваріант тензора деформацій;  $\varepsilon_0$  – об'ємна деформація;  $\sigma_c = \sigma_c(\varepsilon_c)$ ;  $\sigma_t = \sigma_t(\varepsilon_t)$ ;  $\tau = \tau(\gamma)$  – задані (відомі) діаграми матеріалу, побудовані для деформацій стиску, розтягу, зсуву;  $e_{nc}$ ;  $e_{nt}$ ;  $e_{nsh}$  – нормовані значення деформацій на стиск, розтяг, зсув.

Перший доданок у (3), (4) являє собою питому потенціальну енергію зміни об'єму, другий – питому потенціальну енергію зміни форми.

Тут вважається, що діаграми матеріалів можуть бути отримані безпосередньо з відповідних експериментів, а нормоване значення ЩПЕД представлено виразом:

$$e_n = \gamma_p e_u; \gamma_p \in (0,1), \quad (6)$$

де  $e_u$  – гранична ЩПЕД;  $\gamma_p$  – статистично обґрунтований коефіцієнт запасу.

Призначаючи різні значення  $\gamma_p$  для різних елементів системи, з'являється можливість управління послідовністю виходу їх з ладу. Такий підхід при управлінні топологією конструкцій або її раціоналізації одночасно відкриває шлях до використання теорії черг, репрезентативного резервування та теорії графів [3, 20, 23].

При наявності зв'язку  $\varepsilon = \varepsilon(\gamma)$ , виразами (3)–(5) може бути врахована ділатансія ( $\gamma$  – деформація зсуву).

Для граничної щільності потенціальної енергії деформації отримано критерій [5, 21]:

$$e_u = 0,5\chi_\varepsilon^2 [(1 + \chi_\varepsilon)e_{bcu} + (1 - \chi_\varepsilon)e_{btu}] + (1 - \chi_\varepsilon^2)e_{bshu} \quad (7)$$

де  $\chi_\varepsilon$  – параметр Лоде-Надаї деформативного стану;

$$\chi_\varepsilon = \frac{2\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}, \quad |\varepsilon_1| \geq |\varepsilon_2| \geq |\varepsilon_3|$$

де  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  – головні лінійні деформації.

Маючи в своєму розпорядженні індикаторні діаграми для одновісного розтягу і стиску, а також чистого зсуву запишемо часткові ЩПЕД:

– в аналітичному вигляді

$$e_{bv_u} = \int_0^{\epsilon_l} \sigma_{bv}(\epsilon_{bv}) d\epsilon_{bv}, \quad (8)$$

– в дискретному вигляді

$$e_{bv_u} = \sum_{k=1}^M \sigma_{bv_k}(\epsilon_{bv_k}) \Delta \epsilon_{bv_k}, \quad 0 \leq k \leq N, \quad (9)$$

де  $v = c \vee t \vee sh$  – індекс, що послідовно приймається залежно від того, яка часткова ЩПЕД підраховується відповідно до індикаторних діаграм стиску, розтягу або зсуву;  $\epsilon_l$  – гранична деформативність;  $N$  – кількість точок розбиття, прийнята на відповідних діаграмах.

У випадку лінійного та пружного деформування матеріалу типу бетон маємо [6]:

$$\begin{aligned} e_{bcu} &= 0,5 \cdot f_{ck}^2 E_b^{-1}; \\ e_{btu} &= 0,5 \cdot f_{ctk}^2 E_b^{-1}; \\ e_{bshu} &\approx 0,625 \cdot f_{ctk} f_{ck} E_b^{-1}, \end{aligned} \quad (10)$$

де  $E_b$  – модуль деформацій 1-го роду,  $f_{ck}, f_{ctk}$  – характеристичні значення міцності на стиск та розтяг відповідно.

Як відомо [10], параметр Лоде-Надаї для ізотропного матеріалу змінюється у діапазоні  $-1 \leq \chi_\epsilon \leq 1$  і дорівнює для одновісного розтягу  $\chi_\epsilon = -1$ , одновісного стиску  $\chi_\epsilon = 1$ , а для чистого зсуву  $\chi_\epsilon = 0$ ; він не змінюється при накладенні на напружений стан рівновісного розтягу або стиску.

Використовуючи ідеологію Я. Б. Фрідмана, Г. Шнадт запропонував теорію граничного стану в локальній області, що дозволяє встановлювати вид руйнування матеріалу, що трапляється шляхом відриву або зрізу [7, 10]. У рамках цитованого підходу введено безрозмірний параметр  $\Pi$  (параметр Шнадта) рівний

$$\begin{aligned} \Pi &= \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_1}\right)^2 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \cdot \frac{\sigma_3}{\sigma_1} - \frac{\sigma_3}{\sigma_1}} = \\ &= \sqrt{1 + \eta_2^2 + \eta_3^2 - \eta_2 - \eta_2 \cdot \eta_3 - \eta_3}, \end{aligned} \quad (11)$$

де  $\eta_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}; \eta_3 = \frac{\sigma_3}{\sigma_1}$ , при цьому  $|\sigma_b| \geq |\sigma_2| \geq |\sigma_3|$  – головні напруження та  $\eta_2 \in (-1; +1); \eta_3 \in (-1; +1)$

Як наслідок  $\Pi \in (0; 2)$ .

Величину  $\Pi$  можна розглядати як міру впливу напруженого стану на пластичні властивості матеріалу. Важливою обставиною є факт того, що сітка ліній діаграми Шнадта ха-

рактеризує властивості та можливості матеріалу в різних ситуаціях (рис. 3) [10]. Зокрема, під час побудовання діаграми враховується температура й швидкість деформування. Окрім того, оперування з діаграмою Шнадта дозволяє будувати судження про небезпеку (безпеку) напруженого стану всієї конструкції. Трансформуючи діаграму в криву максимальних напружень – геометричне місце полюсів напружень всіх точок конструкції, в яких головне напруження  $\sigma_1$  досягає максимуму порівняно з іншими точками конструкції, які мають такі ж значення  $\Pi$ , вибирається точка (з нескінченної множини точок конструкції) з максимальним рівнем напружень.

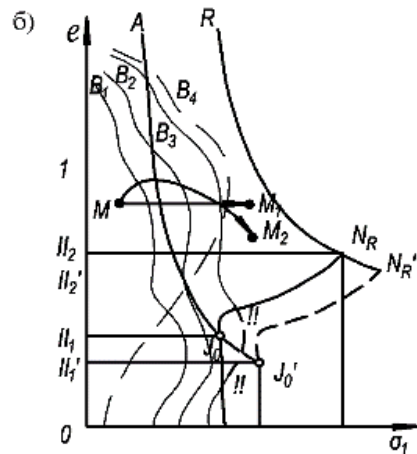
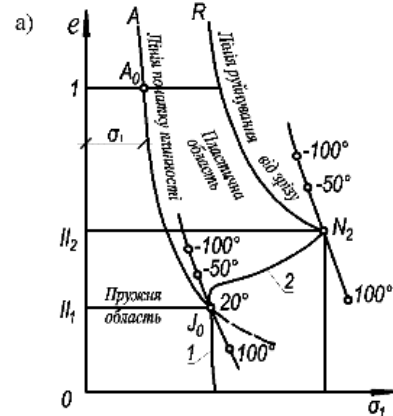


Рис. 3. Діаграми теорії Шнадта: а – основна діаграма; б – основна діаграма й криві максимальних напружень; 1 – лінія крихкого руйнування від відриву без попередньої пластичної деформації; 2 – лінія крихкого руйнування від відриву з попередньою пластичною деформацією

Перераховане демонструє доцільність сумісного розглядання критерію (7) і параметра, заданого виразом (11), що дозволяє не тільки визначати граничне значення ЩПЕД та й

встановлювати тип руйнування. Подібну операцію можливо здійснити шляхом вираження параметра Шнадта через параметр Лоде-Надаї. Виконуючи відповідні перетворення, отримаємо:

$$\Pi = \frac{1}{\sigma_1} \sqrt{[\chi_\varepsilon^2 (\sigma_1 - \sigma_3)^2 -]} \quad (12)$$

Або

$$\Pi = \sqrt{\chi_\varepsilon^2 (1 - \eta_3)^2 -} - 3(\eta_2 - \eta_3)(1 + \eta_2 - 2\eta_3), \quad (13)$$

У свою чергу, виразом  $e = e_n$  задається експлуатаційний стан раціонального елемента. В окремому випадку, коли верхні границі інтегрування в (3)-(5) дорівнюють граничним деформаціям, вираз (6) зумовлює граничний стан у локальній області (точка, скінченний елемент). Слід відзначити, що при  $e_{nc} = \text{const}$ ;  $e_{nt} = \text{const}$ ;  $e_{nsh} = \text{const}$ , критерій (7) співпадає з критерієм, що побудований у [6].

Перші члени виразів (3)-(11) допустимо подати у вигляді:

$$\frac{9}{2} K \cdot \varepsilon_0^2 = \frac{E_0}{6(1-2\nu)} \cdot I_1^2(T_\varepsilon), \quad (14)$$

У великій кількості випадків можна без внесення значної похибки в рішення, прийняти об'ємну деформацію  $\varepsilon_0$  рівною нулю. Інтеграл в (3)-(11) обчислюються досить просто.

Моделювання задач раціоналізації проводиться, як правило, в скінченно елементній формі. При цьому, якщо в скінченному елементі (СЕ)  $e_i > e_{iu}$  ( $i$  – номер СЕ), то він виключається зі схеми моделі. Маючи в розпорядженні алгоритми, що встановлюють послідовне об'єднання суміжних відбракованих елементів, з'являється можливість побудови поверхонь розчленування (руйнування) конструкції, тобто встановлення послідовності переходу від руйнування в локальній області до глобального колапсу, що зумовлено виконаним переходом до діаграми Шнадта.

Викладені принципи зумовили використання біоенергетичного методу в трьох напрямках, які фундують відповідні технології проектування:

- варіантне проектування;
- формування образу (форма й зміст); конструкції, яка проектується;

- облік віртуального прогресуючого обвалення.

### Варіантне проектування

Приклад варіантного проектування, який реалізовано на базі викладеного методу, наведено в цьому збірнику у статті під назвою «Енергетичний портрет конструктивної системи як критерій варіантного проектування».

### Формування образу конструкції, яка проектується (балки, плити, оболонки)

Рішення будується методом послідовних наближень (ітерацій), реалізуючи на кожному етапі такі дії, а саме:

- розглядається стартова (початкова) зовнішня форма елемента (в загальному випадку неоднорідного), який належить раціоналізації. При цьому в геометричному плані задаються тільки його габаритні розміри. У випадку необхідності застосування різних матеріалів задаються, у тому числі, початкові величини їх модулів деформацій;
- задаються діаграми «напруження-деформація» для деформацій стиску, розтягу, зсуву, причому, для кожного з використуваних матеріалів окремо;
- за згаданими діаграмами визначаються парціальні нормовані значення щільності енергії деформацій  $e_{nc}$ ;  $e_{nt}$ ;  $e_{nsh}$  за (5)-(7);
- формується скінченно елементна модель розглядуваного елемента;
- задається або розраховується коефіцієнт (функція)  $\gamma_p$  переходу від граничного значення щільності енергії деформації до нормованого, представленого в (8);
- вирішується задача з визначення компонентів напружено-деформованого стану в кожному СЕ, включаючи обчислення щільності потенціальної енергії деформації  $e_i$  ( $i$  – номер СЕ) [10]:

$$e_i = \frac{1}{2} (\sigma_{1i} \cdot \varepsilon_{1i} + \sigma_{2i} \cdot \varepsilon_{2i} + \sigma_{3i} \cdot \varepsilon_{3i}), \quad (15)$$

де  $\sigma_{ji}$ ;  $\varepsilon_{ji}$  ( $j = 1,2,3$ ) – головні напруження й головні лінійні деформації.

Вираз (15) є однорідною квадратичною функцією відносно головних напружень або деформацій, якщо хоча б один з компонентів у (15), відрізнений від нуля;

- для кожного СЕ розраховується нормоване значення  $e_{ni}$  за (15);

– для кожного СЕ зумовлюється відношення:

$$\alpha_{ik} = \frac{e_i}{e_{ni}} \leq 1 \quad (k - \text{номер ітерації}), \quad (16)$$

при  $\alpha_{ik} > 1$ , полагается  $\alpha_{ik} = 1$ ;

– для кожного СЕ зумовлюється його новий модуль деформацій  $E_{ik}$

$$E_{i(k+1)} = \alpha_{ij}^{\xi} E_{ik}, \quad (17)$$

$\xi \leq 1,0$  – параметр, що впливає на швидкість збіжності ітераційного процесу [5, 21].

У випадку одновимірних або двовимірних задач замість (17) визначаються характерний параметр  $i$ /або величина фізико-механічних характеристик:

$$h_{i(k+1)} = \alpha_{ij} h_{ik}, \quad (18)$$

$$C_{i(k+1)} = \alpha_{ij} C_{ik}, \quad (19)$$

де  $h_{ik}$  – визначає геометричний параметр, наприклад, висоту перерізу балки, товщину пластини або оболонки;  $C_{ik}$  – фізико-механічний параметр, наприклад, у випадку ізотропного матеріалу, як правило, січний модуль деформації;

– далі кожний СЕ пропускається через фільтр, що задається такою таблицею:

Таблиця-фільтр

$\alpha_{ij}$	$E_{ij}$
$0,75 \leq \alpha_{ij} \leq 1,0$	$E_0$
$0,5 \leq \alpha_{ij} \leq 0,75$	$0,75E_0$
$0,25 \leq \alpha_{ij} \leq 0,5$	$0,5E_0$
$0,0 \leq \alpha_{ij} \leq 0,25$	$0,0$

тут  $E_i$  – поточне значення умовного модуля деформацій;

$E_0$  – початковий (стартовий) модуль деформацій;

– процес ітерацій продовжується до виконання умови:

$$|\min|\alpha_{ij}| - 1| \leq \varepsilon, \quad (20)$$

$\varepsilon$  – задана точність обчислювань.

У результаті рішення формується геометрично ступінчаста структура елемента, для якої наближено виконується умова:

$$e_i \approx e_{ni} = \text{const}. \quad (21)$$

(квазі енергетична рівномірність)

У першому наближенні допустимо прийняти:

$$e_{ui} = \frac{|f|^2}{2 \cdot E_0}, \quad (22)$$

$f = \text{const}$  – межа міцності матеріалу на стиск, розтяг, зсув.

Точність алгоритму може бути збільшена за рахунок визначення  $\alpha_{ij}$  шляхом усереднення значень кількох попередніх кроків (аналог методу Адамса).

Отримане рішення може в загальному випадку не задовольняти обмеженням за переміщеннями, шириною розкриття тріщин, частотами власних коливань, технологічними та іншими. Дана обставина приводить до необхідності збільшення перерізів енергетично рівномірного елемента. У зв'язку з чим формується додаткова задача в такому вигляді:

$$\Delta V(\{\alpha\}) \rightarrow \inf, \quad (23)$$

$$\omega_{\min} \geq \omega_{\text{adm}};$$

$$a_{\text{crc}}^{\max} \leq a_{\text{adm}}; \quad (24)$$

$$f_{\max} \leq f_{\text{adm}};$$

де  $\Delta V$  – додатковий об'єм матеріалу;

$\{\alpha\}$  – вектор шуканих параметрів;  $\omega_{\max}; \omega_{\text{crc}}^{\max}; f^{\max}$  – деклароване мінімальне (максимальне) значення частот власних коливань, допустима ширина розкриття тріщин і прогин;  $\omega_{\text{adm}}; a_{\text{adm}}; f_{\text{adm}}$  – відомі постійні, що приймаються, як правило, на підставі національних норм.

Рішення задачі (23) – (24) зводиться до пошуку деякого нового, по відношенню до еталонного, ізоенергетичного стану системи, при якому  $e < e_{mu} \wedge e_u = \text{const}$ . Топологія еталонної, тобто енергетично рівномірної системи ( $e = e_{mu}$ ), приймається за початкове наближення ( $e_{mu}$  – знижене значення граничної щільності потенціальної енергії).

Далі для еталонного рішення перевіряється виконання обмежень (24). У випадку їх задоволення дане рішення вважається остаточною. У загальному випадку еталонне рішення не буде рішенням (23) – (24). Тоді вводиться поняття умовної граничної щільності енергії деформацій  $e_{mu}$  ( $m$  – номер нерівності в (24)).

Після процедура будується за типом алгоритму Кіффера – Джонсона виходу на межі області допустимих рішень. У результаті експлуатації розглянутого ітераційного алгоритму визначаються геометрія  $i$  (або) фізико-механічні характеристики нової конструкції.

Далі наводяться приклади експлуатації побудованої процедури шляхом рішення задач, для яких зв'язок між  $e_{ni}$  і визначальним параметром  $h_{ij}$  отримана аналітично [13, 14, 15].

**Балки та стержні**

Вводиться до розгляду статично визначна симетрично завантажена балка (рис. 4). Мають місце два види завантаження: рівномірно розподілене навантаження і зосереджена сила, прикладена в центрі прогону. Для можливості використання у подальшому отриманого рішення для статично невизначних систем, включаючи спеціальні умови на кінцях балки, до опор прикладений момент  $M_0 \in (0; M_u)$ , де  $M_0$  – опорний момент.

Переріз балки (для простоти) прийнято прямокутним. При цьому  $b = \text{const}$ ,  $h(x)$  – належить визначенню. Тут  $b$  – ширина перерізу, а  $h(x)$  – висота.

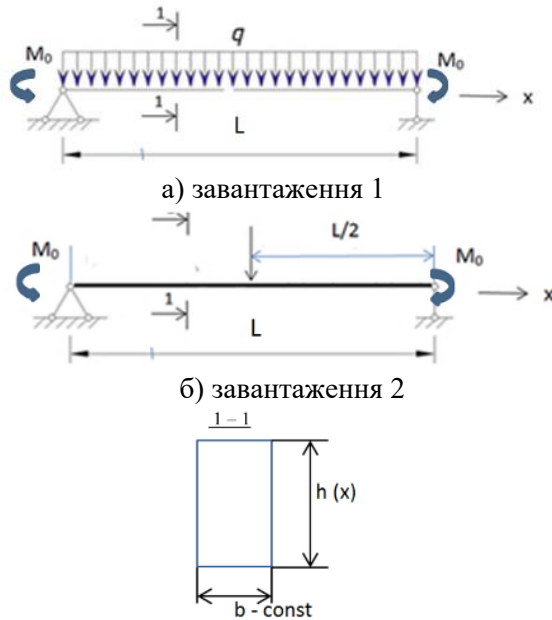


Рис. 4. Розрахункова схема балки:

Діаграми матеріалу (задана й трансформована за [9]) наведені на рис. 5.

Відповідно до [10, 21] запишемо вираз для ЩПЕД:

$$e = e_\sigma + e_\tau = e_n, \tag{25}$$

де  $e_\sigma$  – щільність потенціальної енергії деформацій, накопичувана від нормальних напружень  $\sigma$ ;

$e_\tau$  – щільність потенціальної енергії деформацій, накопичувана від дотичних напружень  $\sigma$ ; прийнято приблизно, що  $e_\tau = 0$ ;

$e_n$  – нормоване значення ЩПЕД,  $e_n = \gamma_p \cdot e_u$ ,  $e_u$  – граничне значення ЩПЕД,  $\gamma_p \in (0,1)$ ,  $\gamma_p$  – статистично обґрунтований параметр.

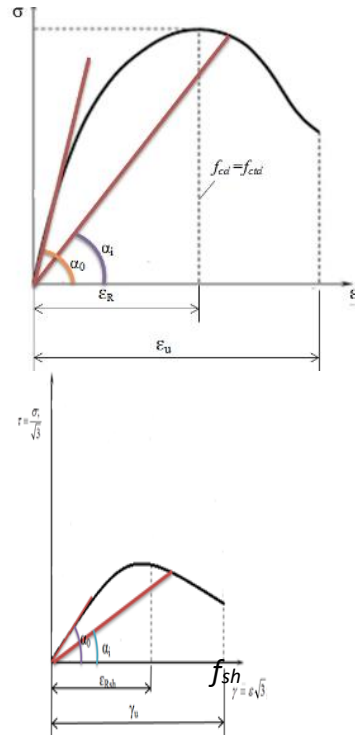


Рис. 5. Діаграми матеріалу:  $\sigma$ ,  $\tau$  – нормальне й дотичне напруження;  $\epsilon$ ,  $\gamma$  – лінійна й кутова деформації;  $f_{cd}$ ,  $f_{ctd}$ ,  $f_{sh}$  – межі міцності матеріалу;  $E_0 = \text{tg}\alpha_0$ ;  $E_c = \text{tg}h_i$  – січні модулі

Тоді для ЩПЕД будемо мати:

$$e_\sigma = \frac{\sigma^2}{2E_c} \tag{26}$$

Тим не менш, для визначення головних напружень враховуються дотичні напруження [10]:

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}, \tag{27}$$

де  $\sigma_{1,3}$  – головні напруження.

Максимальні нормальні й дотичні напруження, як відомо, дорівнюють:

$$\sigma = \frac{M(x)}{W}; \tag{28}$$

$$\tau = \frac{Q(x) \cdot S}{b \cdot I}; \tag{29}$$

де  $W$ ,  $I$ ,  $S$  – момент опору, момент інерції та статичний момент перерізу балки. Всі ці величини є функціями координати  $x$ :

$$W = \frac{b \cdot h^2(x)}{6}; \tag{30}$$

$$I = \frac{b \cdot h^3(x)}{12}; S = \frac{b \cdot h^2(x)}{8};$$

де  $M(x)$ ;  $Q(x)$  – згинальний момент і поперечна сила в перерізі.

У свою чергу, граничне значення ЩПЕД визначається за (7):

$$e_u = 0,5\chi_\sigma^2[(1 + \chi_\sigma)e_{ис} + (1 - \chi_\sigma)e_{ит}] + (1 - \chi_\sigma^2)e_{иш} \quad (31)$$

або з урахуванням того, що  $e_{ис} = e_{ит} = e$  Введіть тут рівняння.[6, 21]:

$$e_u = \chi_\sigma^2 e + (1 - \chi_\sigma^2)e_{иш} \quad (32)$$

де  $\chi_\sigma = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$ ,  $|\sigma_1| \geq |\sigma_2| \geq |\sigma_3|$  – параметр Лоде-Надаї напруженого стану;  $\sigma_2 = 0$ ;  $e_{ис}$ ;  $e_{ит}$ ;  $e_{иш}$  – парціальні ЩПЕД для деформацій стиску, розтягу і зсуву.

Підставляючи в (25) – (28), (29), (30), отримаємо:

$$h^4(x) - \frac{18 \cdot M^2}{b^2 \cdot E_i \cdot \gamma \cdot e_u} = 0 \quad (33)$$

де  $x \in (0, \frac{L}{2})$ ;  $L$  – прогін балки.

Для першого завантаження

$$M(x) = -M_0 + \frac{qLx}{2} - \frac{qx^2}{2}. \quad (34)$$

Для другого завантаження

$$M(x) = -M_0 + P \frac{x}{2} \quad (35)$$

Під час вирішення (33) отримаємо

$$h(x) = \sqrt[4]{\frac{18M^2(x)}{b^2 \cdot E_i \cdot \gamma \cdot e_u}} \quad (36)$$

Для випадку  $M_0 = 0$ ,  $E_c = \text{const}$  (статично визначена лінійна задача), рішення остаточне. При  $M_0 \neq 0$  і нелінійній діаграмі матеріалу (рис. 5) задача вирішується ітераційно, в процесі чого уточнюється  $M_0$  за апіорі заданим критерієм, а  $E_c$  за діаграмою матеріалу.

**Чисельна реалізація задачі.** Для чисельного аналізу розглянута статично визначна симетрично завантажена балка (рис. 7). Прогін балки  $l = 6$  м. Стартовий переріз балки визначено з використанням традиційного методу зворотного проектування й прийнято:  $b \times h = 200 \times 500$  мм. При цьому  $b = \text{const}$ , а висота  $h(x)$  – належить визначенню в ході рі-

шення задачі з умови енергетичної рівномірності. Для проектування прийнятий бетон класу С30/35 ( $f_{cd} = 19$  МПа;  $f_{ctd} = 1,33$  МПа). Шаг розбиття половини балки за довжиною дорівнює 0,1 м. Розглядаються два окремих випадки завантаження балки: рівномірно розподілене навантаження (завантаження 1) і зосереджена сила, прикладена в центрі прогону (завантаження 2).

**Завантаження 1.** Прийнято рівномірно розподілене погонне навантаження  $g = 30$  кН/м. Розрахунок балки за описаним вище алгоритмом ілюстровано графічною інформацією, яка представлена на рис. 6, 7.

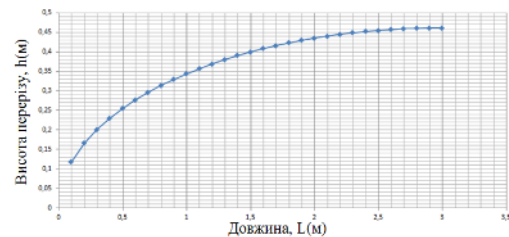


Рис. 6. Зміна висоти перерізу енергетично рівномірної балки. Завантаження 1

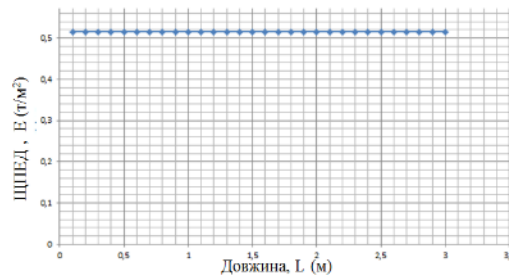


Рис. 7. Розподілення фібрової ЩПЕД за довжиною балки. Завантаження 1

**Завантаження 2.** Прийнята зосереджена сила, прикладена в середині прогону балки  $P = 200$  кН. Розрахунок балки за описаним вище алгоритмом позначено графічною інформацією, представленою на рис. 8, 9.

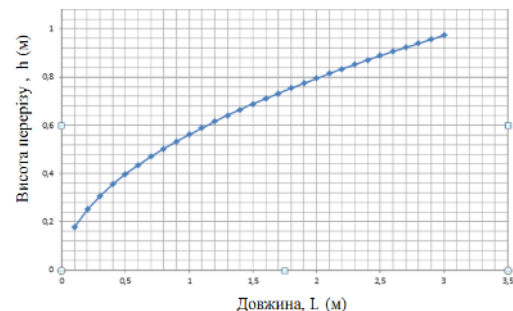


Рис. 8. Зміна висоти перерізу енергетично рівномірної балки. Завантаження 2



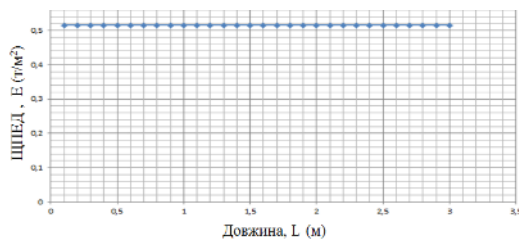


Рис. 9. Розподілення фібрової ЩПЕД за довжиною балки. Завантаження 2

З метою зменшення обсягу обчислювань введені однакові діаграми «напруження – деформації» для стиску та розтягу.

Додатком до (36) має бути операція визначення мінімальних значень висоти балки  $h(x)$ , в тому числі і в опорних перерізах. Виконання позначеної процедури для випадку  $e_\tau \neq 0$  дає:

$$h_0 = \sqrt{\left[ \frac{\gamma_1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4\gamma_2}{\gamma_1^2}} \right) \right]} \quad (37)$$

де  $h_0$  – висота опорного перерізу;

$$\gamma_1 = \frac{9 \cdot Q_0^2}{8 \cdot b^2 \cdot E_0 \cdot \gamma \cdot e_u \cdot f};$$

$$\gamma_2 = \frac{18 \cdot M_0^2}{b^2 \cdot E_0 \cdot e_u};$$

$M_0$ ;  $Q_0$  – згинальний момент і поперечна сила в опорному перерізі;  $G$  – модуль зсуву;  $f$  – емпіричний коефіцієнт;  $E_0$  – початковий модуль деформації 1-го роду.

З метою перевірки виконання нормативних обмежень за деформаціями (прогином) слід оцінити жорсткість стержня змінного (ступінчастого) перерізу, геометрія якого сформована в наведених задачах. Дана обставина є логічним додатком до того факту, що рішення (37) зумовлює мінімальні витрати матеріалу. Тут і в подальшому матеріал балки вважається однорідним, що автоматично дозволяє на заміну ваги розглядати об'єм. У зв'язку з цим доцільно порівняти об'єм матеріалу отриманого стержня з об'ємом матеріалу балок, які знаходяться в позначених умовах, при їх однакових максимальних прогинах, але при інших розподілах висот. Зокрема, розглядається задача про мінімізацію об'єму балки при заданому прогині (ізопериметрична задача) [4]. Характер зміни висоти в даному випадку зумовлено виразами:

- для рівномірно розподіленого навантаження

$$h(x) = [3\lambda\xi^2(1 - \xi)]^{\frac{1}{4}} \quad (38)$$

де  $\lambda = 0,0217a^{-\frac{4}{3}}$ ;  $a = \frac{f_{\max} \cdot b \cdot E_0}{3 \cdot q \cdot L^4}$ ;  $f_{\max}$  – максимальний прогин у центрі балки;  $f_{\max} \in \left(\frac{L}{200}; \frac{L}{400}\right)$ ;  $\xi = \frac{x}{L}$ ;

- для зосередженої сили в середині прогону

$$h(x) = 0,696 \cdot a_1^{-\frac{1}{3}} \cdot \xi^{\frac{1}{2}} \quad (39)$$

де  $a_1 = \frac{f_{\max} \cdot b \cdot E_0}{3 \cdot q \cdot L^4}$

Звичайно, і це відзначається у [4], ці рішення потребують перевірки на міцність. Перевірка показує, що для умов наведених прикладів умови міцності перерізів не виконуються. Характер зміни висоти балки представлено на рис. 10.

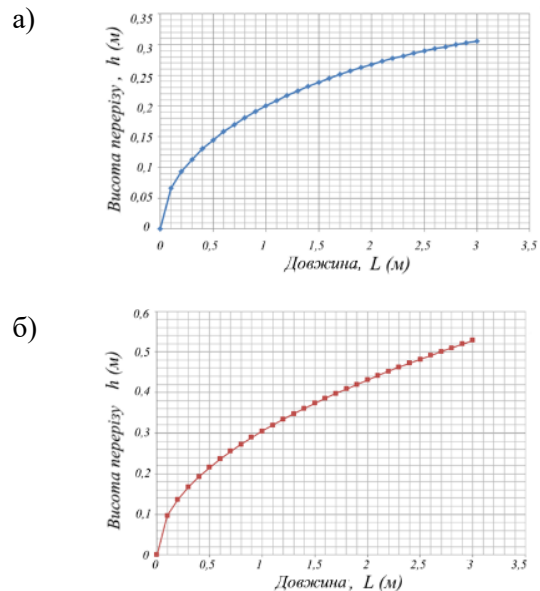


Рис. 10. Зміна висоти перерізу балки мінімального об'єму при заданому прогині:  $f_{\max} = 1,5$  см: а – завантаження 1; б – завантаження 2

Розміри балки з постійним перерізом за [4], прогин якої  $f_{\max} = 1,5$  см, дорівнюють  $b \times h = 200 \times 425$  мм (для завантаження 1) і  $b \times h = 200 \times 470$  мм (для завантаження 2). Однак міцнісні вимоги тут також не виконуються. Мінімальні розміри перерізу балки, при яких виконуються обмеження за міцністю та жорсткістю, рівні  $b \times h = 200 \times 470$  мм (для завантаження 1) і  $b \times h = 200 \times 690$  мм (для завантаження 2). Порівняння обсягів матеріалу отриманих балок наведено на рис. 11.

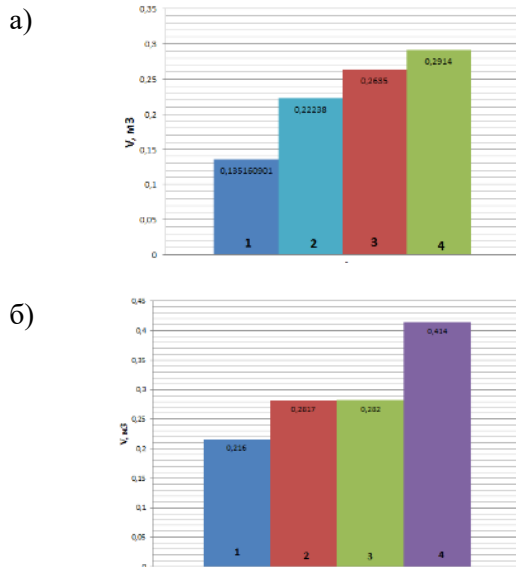


Рис. 11. Обсяг матеріалу розглядуваних балок: а – завантаження 1; б – завантаження 2; 1 – балка мінімального об'єму при заданому прогині; 2 – балка з рівномірними перерізами; 3 – балка суцільного перерізу при заданому прогині; 4 – балка постійного перерізу, підбраного з дотриманням міцнісних і жорстких обмежень

Виконані розрахунки й аналіз представлених діаграм дозволяють зробити висновок про те, що міцнісним та деформаційним обмеженням відповідають тільки балки 2 і 4. Тим не менш, витрати матеріалу в балці, переріз якої визначено з використанням запропонованої тут ідеології, на 31% нижче за витрату матеріалу в балці, підбраної з використанням традиційного методу зворотного проектування (завантаження 1). У випадку завантаження балки зосередженою силою в середині прогону (завантаження 2) цей показник економії склав 46,8%.

**Уніфікація конструкцій.** Для спрощення створеної технологічної процедури доцільно уніфікувати переріз отриманої енергетично рівномірної балки. Рішення будується методом динамічного програмування Р. Белмана [1]. Варіанти уніфікації половини довжини балки до 2, 3 і 4 ступенів наведені на рис. 12–14. Як видно з представлених рисунків, об'єм матеріалу балки, який додається до її перерізу в результаті уніфікації, збільшується зі зменшенням кількості її ступенів. Залежність витрат матеріалу балки при уніфікації її перерізу від кількості ділянок за її довжиною представлено на рис. 15.

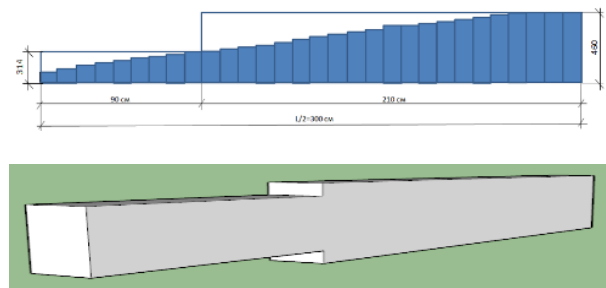


Рис. 12. Варіант уніфікації половини довжини балки (2 ступені)

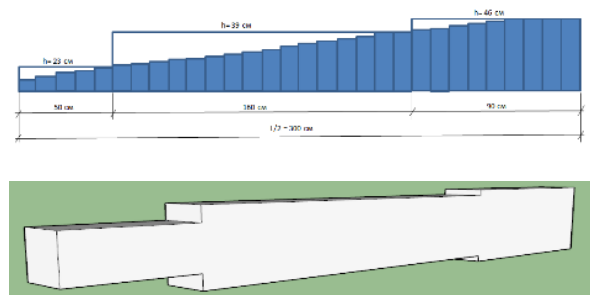


Рис. 13. Варіант уніфікації половини довжини балки (3 ступені)

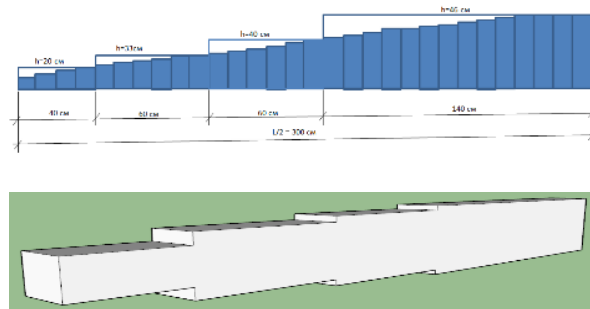


Рис. 14. Варіант уніфікації половини довжини балки (4 ступені)

Як зазначено в [21], одним із можливих напрямів при проектуванні раціональних будівельних конструкцій взагалі та залізобетонних, зокрема, є створення елементів з простою зовнішньою і складною внутрішньою геометрією.

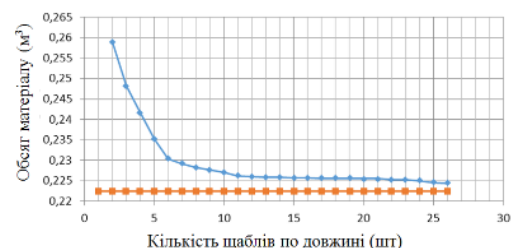


Рис. 15. Витрати матеріалу балки при уніфікації її перерізу

Простота зовнішніх форм, як відомо, породжує простоту конструктивних рішень вузлів стикування різнорідних частин споруди і забезпечує, як наслідок, можливість реалізації віртуального об'ємно-планувального рішення.

У свою чергу, направлене ускладнення внутрішньої геометрії зумовлює задоволення необхідному набору критеріїв і обмежень, які позначають ефективність конструкцій.

Використовуючи формули, запропоновані у [2], визначимо геометричні розміри коробчастого перерізу досліджуваної балки, які мають рівнозначні геометричні характеристики ( $W$ ,  $I$ ,  $S$ ) на кожній ділянці за довжиною. Причому, товщину стінок коробчастого перерізу приймаємо постійною та рівною 50 мм. Таким чином, формується енергетично рівномірна балка з простою зовнішньою та складною внутрішньою геометрією (рис. 16).

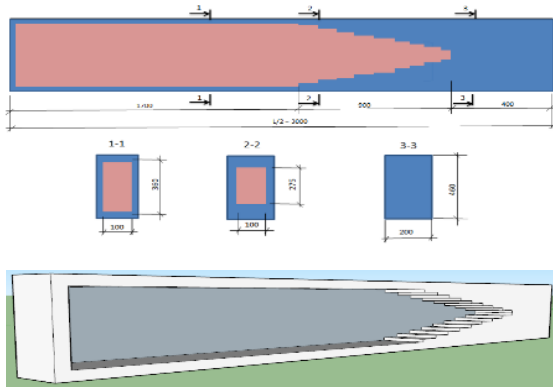


Рис. 16. Внутрішня структура половини (в силу симетрії) довжини балки з простою зовнішньою і складною внутрішньою геометрією (завантаження 1)

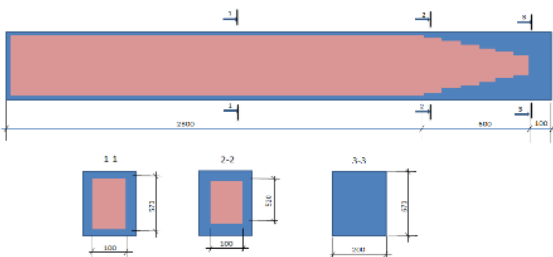


Рис. 17. Внутрішня структура половини (в силу симетрії) довжини балки з простою зовнішньою і складною внутрішньою геометрією (завантаження 2)

Реалізація отриманих рішень здійснена в рамках формування елементів конструктивних систем із збірного і монолітного залізобетону (системи РАМПА, ІКАР, ДОБОЛ, МОНОФАНТ) [2]. Тут складна внутрішня геометрія формується за рахунок захоронених

вкладишів із пінополістиролу  $\gamma = 25 \text{ кг/м}^3$  (рис. 18, 19).



Рис. 18. Розважальний комплекс «Місто», м. Харків: а – загальний вигляд; б – конструкція фундаментної плити

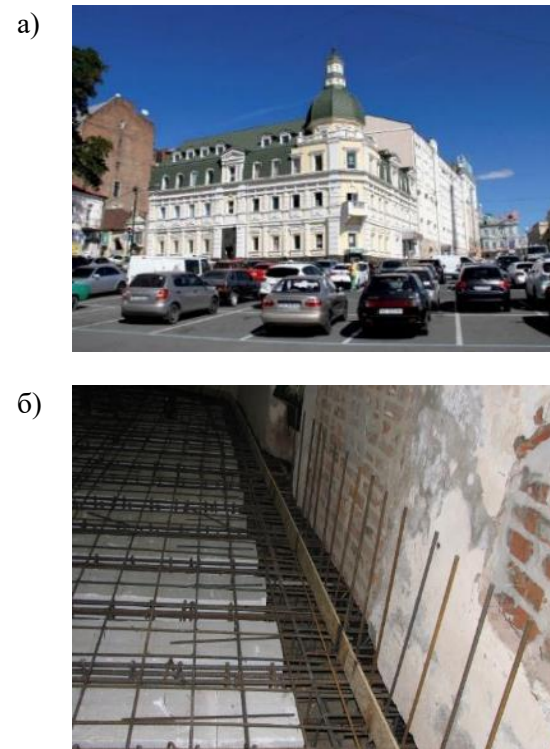


Рис. 19. Торгово-офісна будівля, м. Харків: а – загальний вигляд; б – конструкція плити перекриття

### Стержні

Розглядається формування структури вертикальних залізобетонних конструкцій системи «Монофант» [2]. До них відносяться колони і пілони (плоскі діафрагми і стіни ядер жорсткості). Постановка задачі допускає встановлення розрахунковим шляхом внутрішньої геометрії позначених конструктивів у вигляді пустотних енергетично рівномісних елементів. Зовнішня геометрія їх приймається простою, традиційною, що забезпечує використання модульної системи і стандартних рішень вузлів зчленування.

У результаті рішення задачі ВЕО-методом отримано такі конструктивні реалізації.

*Завантаження 1.* Задане зосереджене навантаження  $P = 1000$  кН, що прикладене в центрі ваги пілона. Результат розрахунку відображено графічно (рис. 20).

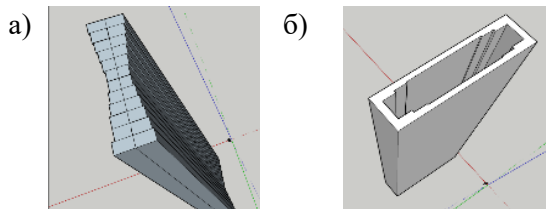


Рис. 20. Завантаження 1. Переріз пілона, визначений з умови енергетичної рівномірності (а) та внутрішня структура перерізу пілона з простою зовнішньою й складною внутрішньою геометрією (б)

*Завантаження 2.* Задане зосереджене навантаження  $P = 1000$  кН, що прикладене з ексцентриситетом  $a = 0,1$  м (випадок малих ексцентриситетів). Результат рішення презентований на рис. 21.

*Завантаження 3.* Задане зосереджене навантаження  $P = 1000$  кН, що прикладене з ексцентриситетом  $a = 0,15$  м (випадок великих ексцентриситетів, тобто  $\sigma_A < 0$  (розтяг)). При цьому вважається, що напруження розтягу сприймаються арматурою. Задача стає 2-модульною. Розв'язок її доцільно будувати методом редуційних коефіцієнтів, приводячи переріз до бетонного. Результат рішення наведено графічно (рис. 22).

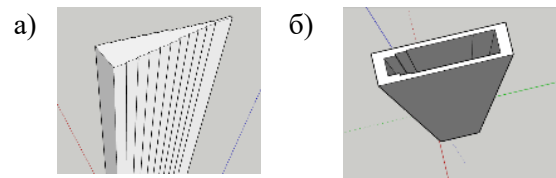


Рис. 21. Завантаження 2. Переріз пілона, визначений з умови енергетичної рівномірності (а) та внутрішня структура перерізу пілона з простою зовнішньою й складною внутрішньою геометрією (б)

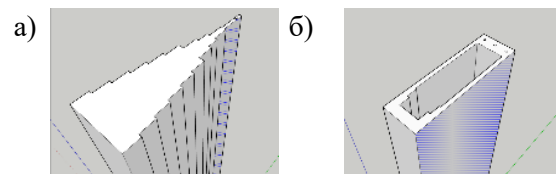


Рис. 22. Завантаження 3. Переріз пілона, визначений з умови енергетичної рівномірності (а) та внутрішня структура перерізу пілона з простою зовнішньою й складною внутрішньою геометрією (б)

### Просторові стержні

У випадку просторового стержня запишемо вираз для ПЕД [9]:

$$U = \int_0^L \frac{N^2 dx}{2E \cdot A} + \int_0^L \frac{M_x^2 dx}{2 \cdot EI_x} + \int_0^L \frac{M_y^2 dx}{2 \cdot EI_y} + \int_0^L \frac{\gamma_x Q_x^2 dx}{2G \cdot A_x} + \int_0^L \frac{\gamma_y Q_y^2 dx}{2G \cdot A_y} + \int_0^L \frac{M_{кр}^2 dx}{2G \cdot I_d}, \quad (40)$$

де  $U$  – ПЕД;

$A = A(x)$ ;  $I_x = I_x(x)$ ;  $I_y = I_y(y)$ ;  $I_d =$

$I_d(x)$  – площа перерізу, осьові моменти інерції й крутильний момент інерції;

$E$ ,  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  – модулі деформацій першого і другого роду (модуль Юнга і модуль зсуву);

$\nu$  – коефіцієнт Пуассона.

Вважаючи  $A(x) = b(x) \cdot h(x)$  – прямокутний переріз: для максимальних нормальних і дотичних напружень маємо

$$\sigma_x^{\max} = \frac{6 \cdot M_x^{\max}}{b(x) \cdot h^2(x)}; \quad \sigma_y^{\max} = \frac{6 \cdot M_y^{\max}}{b^2(x) \cdot h(x)};$$

$$\sigma_x^{\max} = \frac{6 \cdot M_x^{\max}}{b(x) \cdot h^2(x)};$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}^{\max}}{\alpha \cdot h(x) \cdot b^2(x)}; \quad \tau_{\max} = \frac{3 \cdot Q_x^{\max}}{2 \cdot b(x) \cdot h(x)};$$

$$\tau_{\max} = \frac{3 \cdot Q_x^{\max}}{2b^2(x)};$$

де  $\sigma_x^{\max}$ ;  $\sigma_y^{\max}$ ;  $\sigma_x^N$  – максимальні нормальні напруження від вигину і стиску (розтягу);

$\tau_{\max}$  – максимальні дотичні напруження від кручення та зсуву;

$M_x^{\max}$ ;  $M_y^{\max}$ ;  $N^{\max}$ ;  $M_{кр}^{\max}$  – максимальні згинальні моменти, повздовжня сила і крутильний момент;

$Q_x^{\max}; Q_y^{\max}$  – максимальні поперечні сили;

$\gamma_x; \gamma_y$  – коефіцієнт форми;

$b(x), h(x)$  – ширина і висота прямокутного перерізу.

Приймаючи за (40), зв'язок моментів інерції та площі у вигляді:

$$I(x) = q \cdot A(x) \cdot h^2, \quad (41)$$

$$e_i = \frac{M_{xi}^2}{2E_i b_i^2} \left\{ Z_i^4 + \left[ \frac{N_i^2}{12M_{xi}^2} + \frac{M_{yi}^2}{b_i^2 M_{xi}^2} + \frac{M_{кр}^2}{12 \cdot b_i^2 \cdot \beta \cdot M_{xi}^2} + \frac{(1+\nu)(\gamma_x Q_{xi}^2 + \gamma_y Q_{yi}^2)}{12 \cdot M_{xi}^2} \right] \cdot Z_i^2 \right\} \quad (43)$$

де прийнято  $I_{кр} = \beta \cdot b_i^2 \cdot h_i(x)$ ,  $G_i = \frac{E_i}{2(1+\nu)}$

Відповідно до ідеології ВЕО-методу покладаємо

$$\Psi_i = \frac{N_i^2}{12M_{xi}^2} + \frac{M_{yi}^2}{b_i^2 M_{xi}^2} + \frac{M_{кр}^2}{12 \cdot \beta \cdot b_i^2 \cdot M_{xi}^2} + \frac{(1+\nu)(\gamma_x Q_{xi}^2 + \gamma_y Q_{yi}^2)}{12 \cdot M_{xi}^2}; \quad \Delta_i = \frac{E_i \cdot b_i^2 \cdot e_n}{6 \cdot M_{xi}^2} \quad (45)$$

отримаємо бікватратне рівняння

$$Z_i^4 + \Psi_i \cdot Z_i^2 - \Delta_i = 0. \quad (46)$$

Відзначимо, що при необхідності урахування зміни ширини перерізу  $b_i$ , ця процедура виконується дискретно (шляхом перебору  $b_i$  у заданому діапазоні).

Введемо ще одне позначення, а саме:

$$Z_i^2 = q_i.$$

Перепишемо рівняння (46) у вигляді:

$$q_i^2 + \Psi_i q_i - \Delta_i = 0. \quad (47)$$

Тоді остаточно після визначення  $q_i$  дійсне позитивне рішення (46) подається у вигляді:

$$\frac{1}{h_i(x)} = Z = \sqrt{\frac{\alpha_i}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{4\Delta_i}{\alpha_i^2}} - 1 \right)} \quad (48)$$

$$\Delta_i \geq 0; \alpha_i^2 > 0, \text{ або}$$

$$h_i(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{\alpha_i}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{4\Delta_i}{\alpha_i^2}} - 1 \right)}}$$

де зміст  $\alpha_i$  зрозумілий із розгляду виразів (43) і (45).

Вираз (48) зумовлює ступінчасту структуру стержня загального положення.

за (40) і (41) можна розраховувати ПЕД практично для будь-якої форми перерізу.

Розділивши ПЕД на об'єм  $V_i$  одного СЕ і вводячи позначення:

$$h = z^{-1} \quad (42)$$

де  $z \neq 0$  і прийнявши  $b_i = b = \text{const}$ , отримаємо вираз для ЩПЕД в  $i$ -му СЕ

$$e_i = e_n \quad (44)$$

де  $e_n$  – нормоване значення ЩПЕД. Вводячи далі позначення

### Прямокутна пластина

Розглядається задача побудовання внутрішньої геометрії залізобетонної прямокутної пластини мінімальної ваги (рис. 23).

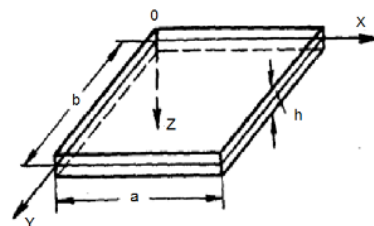


Рис. 23. Прямокутна пластина

Алгоритм використовує ідеологію формування енергетично рівномірного елемента у відповідності з методом, який викладається тут.

*Гіпотези й допущення:*

- основні атрибути пластини (геометричні і фізико-механічні) задовольняють обмеженням теорії тонких пластин;
- крайові умови – шарнірне обпирання за контуром;
- раціонально вважається пластина, в кожній точці поверхні якої щільність потенціальної енергії деформацій (ЩПЕД) постійна і дорівнює нормованій;
- геометрія пластини формується у вигляді елемента зі ступінчасто змінюваною товщиною;
- навантаження – рівномірно розподілене.

Слід відзначити, що гіпотези 2 і 5 не зменшують область використання отриманих рішень, оскільки вони (рішення) легко узагальнюються на випадок інших умов обпирання і навантажень.

#### Теоретичні основи підходу

Приблизне рішення будується в чисельно аналітичній формі. На першому кроці алгори-

тму виконується скінченно-елементне моделювання пластини. При цьому вважається допустимим ототожнення величини енергії деформацій у нескінченно малому елементі з енергією деформацій у скінченному елементі (СЕ). Дане допущення базується на ідеології чисельного інтегрування (квадратурних формул Котеса). Потенціальна енергія деформацій (ПЕД) в нескінченно малому елементі пластини дорівнює [8]:

$$dU = \frac{1}{2} D \left\{ \left( \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{d^2 w}{dy^2} \right)^2 - 2(1 - \nu) \left[ \frac{d^2 w}{dx^2} \cdot \frac{d^2 w}{dy^2} - \left( \frac{d^2 w}{dxdy} \right)^2 \right] \right\} dx dy, \quad (49)$$

Відповідно до прийнятого положення величина ПЕД в СЕ приблизно представляється у вигляді:

$$\Delta U_i = \frac{1}{2} D_i \left\{ \left( \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{d^2 w}{dy^2} \right)^2 - 2(1 - \nu_i) \left[ \frac{d^2 w}{dx^2} \cdot \frac{d^2 w}{dy^2} - \left( \frac{d^2 w}{dxdy} \right)^2 \right] \right\} \lambda_{xi} \lambda_{yi}, \quad (50)$$

де  $U$  – потенціальна енергія деформацій (ПЕД);

$w = w(x, y)$  – прогин;

$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  – циліндрична жорсткість пластини;

$E$  – модуль деформацій 1-го роду;

$h$  – товщина пластини;

$\nu$  – коефіцієнт поперечної деформації (коефіцієнт Пуассона).

$D_i, \nu_i$  – жорсткісні атрибути  $i$ -го скінченного елемента;

$\lambda_{xi}, \lambda_{yi}$  – розміри  $i$ -го скінченного елемента в напрямку осей координат декартової системи  $X$  і  $Y$  відповідно;

$i \in (1, N)$  – номер СЕ,  $N$  – кількість СЕ у відповідності із сіткою розбиття.

#### Плита, обперта шарнірно по контуру

Запишемо рішення Нав'є для рівняння вигину пластин (рівняння Софі Жермен [8]), рис. 24:

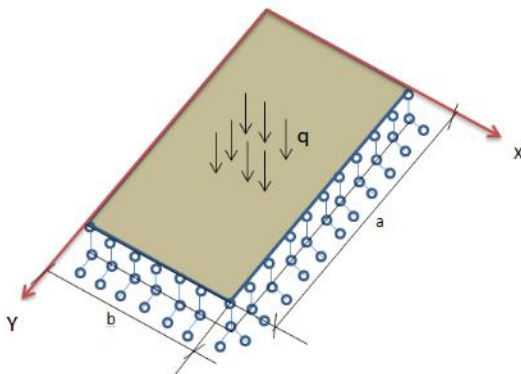


Рис. 24. Прямокутна пластина, шарнірно обперта по контуру

$$w(x, y) = \frac{16q_0}{\pi^6 D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}}{m \cdot n \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2}, \quad (51)$$

де  $q_0$  – рівномірно розподілене по площині пластини навантаження.

Продиференціювавши двічі (51) і підставляючи результати в (50), отримаємо:

$$\Delta U_i = \frac{1536 \cdot q_0^2 \cdot a^4 (1 - \nu_i^2)}{\pi^2 E_i h_i^3} \cdot Q_{1i}, \quad (52)$$

$$Q_{1i} = [(-K_{1i} - \alpha^2 K_{2i})^2 - (K_{1i} \alpha^2 K_{2i}) \cdot 2(1 - \nu_i) + (2 \cdot (1 - \nu_i) \cdot \alpha K_{3i})^2]$$

$$K_1 = \sum_{m=1}^{m=100} \sum_{n=1}^{n=100} \frac{m \cdot \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}}{n(m^2 + \alpha^2 n^2)^2}$$

$$K_2 = \sum_{m=1}^{m=100} \sum_{n=1}^{n=100} \frac{n \cdot \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}}{m(m^2 + \alpha^2 n^2)^2}$$

$$K_3 = \sum_{m=1}^{m=100} \sum_{n=1}^{n=100} \frac{\cos \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cos \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}}{(m^2 + \alpha^2 n^2)^2}$$

$$\alpha = \frac{a}{b}$$

Вважаючи, що щільність потенціальної енергії деформації має в СЕ постійне значення, розділивши (50) на величину об'єму СЕ, рівного  $\gamma_i = h \cdot \lambda_{xi} \cdot \lambda_{yi}$ , із (52) отримаємо:

$$e_i = \frac{1536 \cdot q_0^2 \cdot a^4 (1 - \nu_i)}{\pi^2 E_i h_i^4} \cdot \bar{Q}_{1i}, \quad (53)$$

де  $e_i$  – ЩПЕД в  $i$ -му СЕ.

З урахування прийнятої третьої гіпотези

$$e_i = e_{ni} \quad (54)$$

де  $e_{ni} = \gamma \cdot e_{ui}$ ;  $e_{ni}$  – нормоване значення ЩПЕД;  $\gamma \in (0; 1)$  – статистично обґрунтований коефіцієнт надійності.

Якщо йдеться про формування просторової конструкції шляхом обґрунтованого призначення коефіцієнта надійності, можна передбачити послідовність виходу з ладу різних елементів системи.

$e_{ui}$  – граничне значення ЩПЕД.

При цьому величина  $e_{ui}$  приймається у відповідності з критерієм:

$$e_u = 0,5\chi_\varepsilon^2[(1 + \chi_\varepsilon)e_{ис} + (1 - \chi_\varepsilon)e_{ит}] + (1 - \chi_\varepsilon^2)e_{ish} \quad (55)$$

де  $\chi_\varepsilon = \frac{2\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}$  – параметр Лоде–Надаї;

$|\varepsilon_1| \geq |\varepsilon_2| \geq |\varepsilon_3|$  – головні лінійні деформації;  $e_{ис}$ ;  $e_{ит}$ ;  $e_{ish}$  – парціальні значення ЩПЕД для деформацій стиску, розтягу й зсуву.

При нелінійному (фізично) деформуванні, величини парціальних ЩПЕД можна визначити безпосередньо за результатами відповідних експериментів, приймаючи для  $E_i$  в (53) концепцію січного модуля. Прирівнюючи (53) і (55), визначаємо товщину  $h_i$  СЕ:

$$h(x, y) = \frac{4a^4}{\pi^2} \sqrt{\frac{6 \cdot (1 - \nu^2) \cdot q_0^2 \cdot Q_{1i}}{E_i \cdot e_{ni}}} \quad (56)$$

Застосовуючи (56), для кожного СЕ отримуємо топологію пластини зі ступінчасто змінною товщиною.

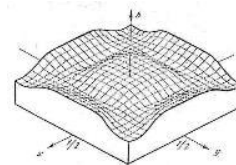
У разі фізично нелінійного деформування товщина  $h_i$  в (56) визначається ітераційно шляхом послідовного уточнення  $E_i$  і  $e_{ni}$ .

Для інших, обговорених вище (гіпотеза 2) крайових умов, наведений підхід зберігає силу. При цьому рішення, які входять до (52) і (56), запозичені із [8].

Власне розрахунок плити, шарнірно обпертої по контуру, виконано в середовищі ПК «Ліра-10.6», яка утримує в собі блок енергетичних розрахунків і демонструється графічною інформацією, представленою на рис. 25.

Зіставлення отриманого рішення з рішенням, позначеним у [4], яке відповідає пластині максимальної жорсткості, демонструє їхню якісну узгодженість.

а)



б)

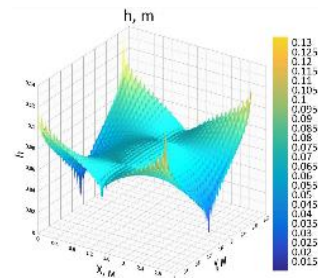
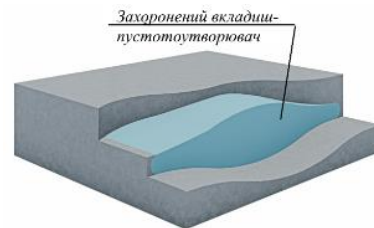


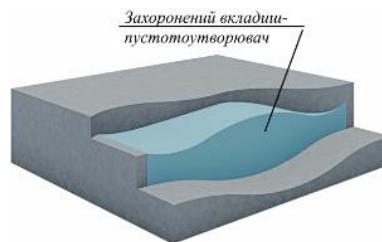
Рис. 25. Рациональная поверхность пластины, шарнірно обпертої по контуру: а – отримана за [4] ; б – отримана за (8)

Маючи в своєму розпорядженні поля розподілу товщин пластин (еталонне рішення) та конструктивну ідеологію системи «Монофант», з'являється можливість створення пластин із простою або заданою зовнішньою геометрією і розрахунковою складною внутрішньою, рис. 26 [2].

а)



б)



в)



Рис. 26. Пластина з простою зовнішньою і розрахунковою складною внутрішньою геометрією: а – випадок вільного обпирання; б – випадок змішаного обпирання; в – ефективна збірна панель перекриття

## Оболонки

Тут розглядається варіант загальної теорії оболонок, яка ґрунтована гіпотезами Кірхгофа – Лява – Клебша.

Вираз для потенціальної енергії деформації ізотропної пружної оболонки (ПЕД) у цьому випадку має вигляд [8, 10]:

$$U_B = \frac{1}{2} D \iint_S \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{w}{R_1^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{R_2^2} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{w}{R_1^2} \right) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{R_2^2} \right) + 2(1-\mu) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy, \quad (58)$$

де  $D = \frac{E \cdot h^3}{12(1-\mu^2)}$  – циліндрична жорсткість оболонки;  $E$  – модуль деформацій 1-го роду матеріалу оболонки (модуль Юнга);  $\mu$  – коефіцієнт поперечної деформації матеріалу (коефіцієнт

Пуассона);  $h$  – товщина оболонки;  $R_1$  і  $R_2$  – радіуси кривизни оболонки;  $S$  – область, яка зайнята оболонкою.

Залежність ПЕД мембранної групи від функцій проєкцій переміщення  $u(x,y)$ ;  $v(x,y)$  і  $w(x,y)$  вздовж осей декартової системи подається у вигляді [8]:

$$U_M = \frac{1}{2} B \iint_S \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w}{R_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{R_2} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w}{R_1} \right) \left( \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{R_2} \right) + \frac{1-\mu}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] dx dy, \quad (59)$$

де  $B = \frac{E \cdot h}{1-\mu^2}$  – жорсткість на розтяг-стиск.

Вводячи функцію напружень  $\phi(x,y)$  (аналог функції Ері) за формулами [8], для мембранних зусиль отримаємо

$$\begin{aligned} N_x &= \frac{E \cdot h}{1-\mu^2} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w}{R_1} + \mu \left( \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{R_2} \right) \right] = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}; \\ N_y &= \frac{E \cdot h}{1-\mu^2} \left[ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{R_2} + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w}{R_1} \right) \right] = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}; \\ N_{xy} &= \frac{E \cdot h}{2(1+\mu)} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}; \end{aligned} \quad (60)$$

У свою чергу, в результаті перетворень лінійні та зсувні деформації можуть бути вира-

жені через функцію напружень і функцію прогину:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E \cdot h} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) - \frac{w}{1-\mu^2} \left( \frac{\mu^3 - \mu^2 + \mu + 1}{\mu} \cdot \frac{1}{R_1} + \frac{2\mu}{R_2} \right); \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E \cdot h} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) - \frac{w}{1-\mu^2} \left( \frac{2\mu}{R_1} + \frac{\mu^3 - \mu^2 + \mu + 1}{\mu} \cdot \frac{1}{R_2} \right); \\ \varepsilon_{xy} &= - \frac{2(1+\mu)}{E \cdot h} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}; \end{aligned} \quad (61)$$

Тоді ПЕД мембранної групи набуде вигляду

$$U_M = \frac{1}{2} \iint_S \left\{ \frac{1}{E \cdot h} \left[ \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)^2 - 2\mu \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1+\mu) \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] - \frac{w}{1-\mu} \right. \quad (62)$$

Як вказано раніше, рішення задачі біоенергетичним методом оптимізації припускає формування геометрії розглядуваного елемента (в даному випадку оболонки) у вигляді ступінчастої структури. Тоді вважається що

обчислювальна процедура ВЕО-методу, що базується на методі скінченних елементів, припускає приблизну заміну інтегралів у (58) і (62) сумами. З урахуванням сказаного і введенням таких позначень:



$$\begin{aligned} \nabla_1 \phi &= \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) - 2\mu \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + 2(1 + \mu) \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \right)^2; \\ \nabla_2 \phi &= \frac{1}{1 - \mu^2} \left[ \frac{\mu^3 - \mu^2 + \mu + 1}{\mu} \left( \frac{1}{R_2} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{R_1} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + 2\mu \left( \frac{1}{R_1} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{R_2} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) \right]; \\ \nabla_3 w &= \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{w}{R_1^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{R_2^2} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{w}{R_1^2} \right) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{R_2^2} \right) + 2(1 - \mu) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2, \end{aligned}$$

вираз (57) набуде вигляду:

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{1}{E_i h_i} \nabla_1 \phi - w \cdot \nabla_2 \phi \right) + D_i \nabla_3 w \right] \lambda_{xi} \lambda_{yi}; \quad (63)$$

$N$  – кількість скінченних елементів (СЕ);

$\lambda_{xi}; \lambda_{yi}$  – розміри в плані  $i$ -го СЕ.

Розділивши кожний доданок, що стоїть під знаком суми в (63), на об'єм СЕ, отримаємо

$$\frac{U}{\sum_{i=1}^N v_i} = \sum_{i=1}^N \left[ \left( \frac{1}{E_i h_i} \nabla_1 \phi - w \cdot \nabla_2 \phi \right) + D_i \nabla_3 w \right] \frac{1}{2h_i} \quad (64)$$

де  $v_i = h_i \lambda_{xi} \lambda_{yi}$  – об'єм  $i$ -го СЕ.

Вираз під знаком суми є щільністю енергії деформацій (ЩПЕД) в СЕ, тобто

$$e_i = \left[ \left( \frac{1}{E_i h_i} \nabla_1 \phi - w \cdot \nabla_2 \phi \right) + D_i \nabla_3 w \right] \frac{1}{2h_i}.$$

Проводячи процедуру вирівнювання ЩПЕД, що припускає прирівнювання  $e_i = e_n$ , для товщин СЕ оболонки, отримуємо рівняння

$$h^4 - p_1 \cdot h^2 - p_2 \cdot h + p_3 = 0, \quad (65)$$

де

$$y_i^2 + \frac{A}{2} \cdot h_i + \frac{y_0}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{A^2}{4} - B + y_0 \right) h_i^2 + \frac{y_0^2}{4} - D} = 0, \quad (66)$$

де  $A = 0, 0; B = -P_1; C = -P_2; D = P_3$ ,

$y_0$  – дійсне рішення кубічного рівняння – резольвенти, що відповідає рівнянню (65):

$$y^3 + p_1 \cdot y^2 - 4p_3 \cdot y + 4p_1 \cdot p_3 - p_2^2 = 0, \quad (67)$$

Рішення (67) будується методом Тартал'ї із застосуванням формули Кардано. Воно має вигляд

$$y = Z - \frac{p_1}{3},$$

де

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{24 \cdot e_{ni} (1 - \nu_i^2)}{E_i \cdot \nabla_3 w}; \\ p_2 &= \frac{12(1 - \nu_i^2) w}{E_i} \cdot \frac{\nabla_2 \phi}{\nabla_3 w}; \\ p_3 &= \frac{12(1 - \nu_i^2)}{E_i^2} \cdot \frac{\nabla_1 \phi}{\nabla_3 w}; \end{aligned}$$

Рішення рівняння (65) визначимо методом Феррарі, відповідно до якого товщина  $i$ -го СЕ оболонки представлена дійсним позитивним значенням  $h_i$  (або декількома з наступним відбором відповідних фізичному змісту) після знаходження коренів двох квадратних рівнянь такого вигляду:

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}, \\ p &= -4p_3 - \frac{p_1^3}{3}; \end{aligned}$$

Функція напружень  $\phi$  і функція прогину  $w$ , що входять до операторів, які утримані в виразах для  $p_1, p_2$  і  $p_3$ , задаються у вигляді рядів або скінченно-різностних подань і повинні задовольняти крайовим умовам.

Далі відповідно до алгоритму ВЕО-методу ітераційно формується ступінчаста структура

розглядуваної енергетично рівномірної (квазіенергетично рівномірної) оболонки, завантаженої заданим чином.

### Прогресуюче обвалення

Враховуючи різницю трактувань цього поняття, тут для нього прийнято таке. *Під прогресуючим обваленням розуміється повне, як правило, спонтанне обвалення системи в цілому, яке настає внаслідок руйнування (обвалення) отриманих скінченним числом її елементів і/або вузлів. У подальшому ці елементи і вузли позиціонуються як визначні елементи. Слід також відзначити, що процес прогресуючого обвалення може відбуватися як у швидкому (з урахуванням інерціальності мас), так і в повільному часі (розвиток дефектів за рахунок реологічних особливостей деформування).*

Окрім того, вводиться поняття *енергетичний портрет системи* – поле розподілення щільності енергії деформування в елементах системи з позначенням накопиченої при деформуванні потенціальної енергії. З цим поняттям пов'язане поняття *граничного поля енергії деформування* – розподілення щільності енергії деформування, що визначене на підставі критерію граничного стану (тут за [7, 21]) і враховує характер напружено-деформованого стану.

Принциповим моментом, у даному випадку, є виключно факт схованої схильності системи саме до прогресуючого (спонтанного) обвалення.

Іншими словами, постулюється, що при проектуванні нових об'єктів будівництва або реконструкції існуючих належить встановити розрахунковим шляхом можливість (неможливість) настання під час ексклюзивних форс-мажорних ситуацій прогресуючого обвалення системи. Більше того, якщо система утримує в собі оговорену аномалію (прогресуюче обвалення), слід внести архітектурно-конструктивні зміни до неї з метою недопущення цього процесу.

У випадку неможливості реалізації зазначених змін, необхідно передбачити набір заходів, які виключають подібні явища (резервування, дублювання конструктиву, моніторинг з можливістю управління напружено-деформованим станом окремих елементів або їх груп та багато іншого).

Таким чином, алгоритм дій припускає не примусове видалення будь-яких елементів із системи, а обґрунтоване встановлення їх адреси та рівня можливого руйнування,

що призводить до геометричної змінності конструкції.

Послідовність дій при виконанні позначеного аналізу складається з:

- формування коректної СЕ-моделі. Тут під коректністю розуміється опис із необхідним ступенем точності насамперед вузлів сполучення несучих і, у разі необхідності, не-несучих елементів системи;

- складання переліку сценаріїв можливих форс-мажорних ситуацій. Дана обставина обов'язково має бути відображена у завданні на проектування. До подібних ситуацій, наприклад, можуть бути віднесені:

- віртуальні існуючі деформації основи (мульди, карсти, підземні проходки, замочування та ін.);
- пожежі;
- можливі зовнішні природні динамічні дії (торнадо, смерчі, цунамі та ін.);
- штучні зовнішні динамічні дії (вибухи, вібрації та ін.);
- передбачені в проєкті можливі аварійні ситуації та багато іншого.

Кожен сценарій має містити докладний опис дії (якісної та кількісної). Введені сценарії (їх відповідні визначні параметри) вносяться у таблицю розрахункових поєднань навантажень з урахуванням нормативних вимог та обмежень;

- у рамках конкретної надзвичайної ситуації (форс-мажору) докладний опис розглядової дії (наприклад, при позначенні пожежі – вказання місць можливого займання і характеристик температурного поля);

- виконання розрахунків для прийнятих дій з визначенням накопиченої енергії деформацій для всіх віртуальних поєднань нормальних і аномальних навантажень;

- ранжування за ПЕД позначених поєднань і зіставлення між собою полів ЩПЕД, враховуючи, що більш небезпечному поєднанню відповідає

$$U \rightarrow \sup U, \quad (68)$$

де  $U$  – ПЕД і

$$e_i > e_n, \quad (69)$$

де  $e_i$ ;  $e_n$  – поточне та нормоване значення ЩПЕД;

- вибору одного (двох, альтернативних) варіантів у сенсі критеріїв (68); (69);

– для СЕ, в яких  $e_i > e_n$  задання модулю деформацій

$$E_i = 0,0 \quad (70)$$

– виконання нелінійного (фізично і геометрично) розрахунку системи з видаленими СЕ (у сенсі (70)), з метою встановлення її геометричної змінності (незмінності);

– проведення аналізу, який дозволяє судити про приховану можливість виникнення в системі прогресуючого обвалу. У разі встановлення такої обставини – видача рекомендацій на зміну запропонованого об'ємно-планувального і/або конструктивного рішень.

Для систем несучих конструкцій, виконаних із матеріалів, елементів і вузлів, що володіють реологічними особливостями деформування, розрахунки слід виконувати з урахуванням впливу відповідних факторів (повзучість, релаксація, пружна післядія та ін.)

Приклад реалізації описаного алгоритму наведено в [12].

### Висновки

Новий прогресивний напрямок, названий топологічною (біоенергетичною) раціоналізацією, забезпечує формування конструктивних систем із наперед заданими позитивними властивостями. Крім того, слід зазначити, що отримані рішення є фізично прозорими, а їх конструктивні відображення – результатом розрахунку, а не інтуїтивного підбору. Останнє висловлювання констатує факт переводу проблеми проектування конструкцій на новий рівень якості. Біоенергетичний метод є ефективним інструментарієм формування образу конструкцій (форма та зміст), що володіють цілим набором позитивних властивостей, таких як мінімальна витрата матеріалу при фіксованій жорсткості (несуча здатність) або максимальна жорсткість при фіксованій витраті матеріалу.

### Література

1. Абовский Н.П. Избранные задачи по строительной механике и теории упругости: уч. пос. / Абовский Н.П. и др.; / под ред. Н. П. Абовского. М., 1978. 189 с.
2. Бабаев В.М., Бугаєвський С.О., Євель С.М., Євзеров І.Д., Лантух-Лященко А.І., Шмуклер В.С., Шимановський В.В. Чисельні та експериментальні методи раціонального проектування та зведення конструктивних систем. Київ: Вид-во «Сталь», 2017, с. 404.
3. Бабаев В.Н., Климов Ю.А., Лантух-Лященко А.И., Шмуклер В.С., Адилходжаев А.И.,

Кондращенко В.И. Эффективные железобетонные конструкции. Ташкент: «INFO CAPITAL GROUP», 2019. 416 с.

4. Баничук Н.В. Оптимизация форм упругих тел. М.: Наука, 1980. 256 с.
5. Васильков Г.В. Эволюционная теория жизненного цикла механических систем. Теория сооружений. М.: Издательство ЛКИ, 2008. 320 с.
6. Васильков Г.В. Эволюционные задачи строительной механики. Синергетическая парадигма. Ростов-на-Дону: Инфосервис, 2003. 179 с.
7. Гольденблат И. И., Копнов В. А. Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов: уч. пос. М., 1968. 192 с.
8. Тимошенко С.П., Пластинки и оболочки. С.П. Тимошенко С. Войновский-Кригер; пер. с англ. М.: Наука, 1966. 636 с.
9. Феодосьев В.И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. М.: Наука, 1996. 368 с.
10. Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. Сопротивление материалов с элементами теории сплошных сред и строительной механики. М.: Наука, 1975. Т. 1. 832 с.; 1978. Т. 2. 616 с.; 1981. Т. 3. 480 с.
11. Шмуклер В.С. Біоенергетична раціоналізація будівельних систем. *Тренди та тенденції розвитку будівельної галузі: матеріали міжнародної науково-практичної конференції*, 18-19 листопада 2020 р. С.12-13.
12. Шмуклер В.С., Резнік П.А., Мохамад А. Про одну можливість оцінювання прогресивного обвалу конструкцій при пожежі. *Збірник наукових праць УкрДУЗТ*. Харків: УкрДУЗТ, 2020. Вип. 191. С. 37-48. <http://csw.kart.edu.ua/article/view/217291>
13. Шмуклер В.С., Лугченко О.І., Нажем А.Х. Топологічна оптимізація пластини. *Основи та фундаменти*. Київ: КНУБА, 2020. Вип. № 40. С. 112-119. <http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:JMpSvUz4CEcJ:bf.knuba.edu.ua/article/download/229487/228492/523054&cd=18&hl=ru&ct=clnk&gl=tr>
14. Шмуклер В.С. Лугченко О.І., Нажем А.Х. Удосконалення перетинів стиснутих елементів шляхом топологічної раціоналізації. *Комунальне господарство міст*. Харків: ХНУМГ ім. О.М. Бекетова, 2020. Вип. 157. Том № 4. С. 25-31. <https://eprints.kname.edu.ua/56182/1/5628-%D0%A2%D0%B5%D0%BA%D1%81%D1%82%20%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%82%D1%96-11845-2-10-20201009.pdf>
15. Шмуклер В.С., Лугченко О.І., Нажем А.Х. Чисельна верифікація одного підходу біоенергетичної раціоналізації конструкцій. *Збірник наукових праць УкрДУЗТ*. Харків: УкрДУЗТ, 2020. Вип. 189. С. 36-52. <http://csw.kart.edu.ua/article/view/213647>

16. Abaqus <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/abaqus/>
17. ANSYS <http://www.ansys.com> (ліцензія №01008608)
18. Fusion <https://www.autodesk.com/products/fusion-360>
19. Lira <https://www.liraland.ua/lira/>
20. Narsingh Deo Graph theory with Applications to Engineering and Computer Science Mineola, New York: Dover Publications, 2016. Originally published: Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1974.
21. Rational Design of Structural Building Systems, (2019), V. Babaev, I. Ievzerov, S. Evel, A. Lantoukh-Liashchenko, V. Shevetovsky, O. Shimanovskiy, V. Shmukler, M. Sukhonos / DOM publishers, Berlin / Germany, 384 p., ISBN 978-3-86922-733-7, [www.dom-publishers.com](http://www.dom-publishers.com)
22. Tcherniak D. Topology optimization of resonating structures using SIMP method. International Journal of Numerical Methods Engineering. 2002. Vol. 54(11), p. 1605-1622.
23. Zuo Z.H., Xie Y.M., Huang X. Combining genetic algorithms with BESO for topology optimization. Structural and Multidisciplinary Optimization. 2009. Vol. 38(5). p. 511-523.
24. Tim Roughgarden Twenty Lectures on Algorithmic game theory. Cambridge University Press. August 2016. ISBN 9781316779309 - <https://doi.org/10.1017/CBO9781316779309>
8. Timoshenko S.P., Plastinki i obolochki. S.P. Timoshenko S. Voynovskiy-Kriger. Perevod s angliyskogo. – M.: Nauka, 1966. – 636 s.
9. Feodos'yev V.I. Izbrannyye zadachi i voprosy po soprotivleniyu materialov. Moskva: Nauka, 1996. 368 s.
10. Filin A.P. Prikladnaya mekhanika tverdogo deformiruyemogo tela. Soprotivleniye materialov s elementami teorii sploshnykh sred i stroitel'noy mekhaniki. – M.: Nauka, 1975. – T. 1. – 832 s.; 1978. – T. 2. – 616 s.; 1981. – T. 3. – 480 s.
11. Shmukler V.S. Bioniko-enerhetychna ratsionalizatsiya budivel'nykh system. Tezy. Materialy mizhnarodnoyi naukovykh-praktychnoyi konferentsiyi «Trendy ta tendentsiyi rozvytku budivel'noy haluzi» 18-19 noyabrya 2020. – s.12-13
12. Shmukler V.S., Reznik P.A., Mokhammad A. Pro odnu mozhlyvist' otsynuyannya prohresyvnoho obvalennya konstruktivnykh pry pozhezhi // Zbirnyk naukovykh prats' UkrDUZT. – Kharkiv: UkrDUZT, 2020. - Vyp. 191. - S. 37-48 - <http://csw.kart.edu.ua/article/view/217291>
13. Shmukler V.S. Topolohichna optymizatsiya plastyny / V.S. Shmukler, O.I. Luhchenko, A.KH. Nazhem // Osnovy ta fundamenti. – Kyiv: KNUBA, 2020.- Vyp. № 40. - S. 112-119 – <http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:JMpSvUz4CEcJ:bf.knu.ua.edu.ua/article/download/229487/228492/523054&cd=18&hl=ru&ct=clnk&gl=tr>

### Referents

1. Abovskiy N.P. Izbrannyye zadachi po stroitel'noy mekhanike i teorii uprugosti: uch.pos. / Abovskiy N.P. i dr.; / pod red. N. P. Abovskogo. Moskva, 1978. 189 s.
2. Babayev V.M., Buhayevs'kyi S.O., Yevel' S.M., Yevzerov I.D., Lantoukh-Lyashchenko A.I., Shmukler V.S., Shymanovs'kyi V.V., Chysel'ni ta eksperymental'ni metody ratsional'noho proektuvannya ta zvedennya konstruktivnykh system. Kyiv: Vyd-vo «Stal'», 2017, s. 404.
3. Babayev V.N., Klimov YU.A., Lantoukh-Lyashchenko A.I., Shmukler V.S., Adilkhodzhayev A.I., Kondrashchenko V.I. Effektivnyye zhelezobetonnyye konstruktivnyye. Tashkent.: «INFO CAPITAL GROUP», 2019. – 416 s.
4. Banichuk N.V. Optimizatsiya form uprugikh tel. – M.: Nauka, 1980. – 256 s
5. Vasil'kov G.V. Evolyutsionnaya teoriya zhiznennogo tsikla mekhanicheskikh sistem. Teoriya sooruzheniy. Moskva: Izdatel'stvo LKI, 2008. 320 s.
6. Vasil'kov G.V. Evolyutsionnyye zadachi stroitel'noy mekhaniki. Sinergeticheskaya paradigma. Rostov-na-Donu: Infoservis, 2003. 179 s.
7. Gol'denblat I. I., Kopnov V. A. Kriterii prochnosti i plastichnosti konstruktivnykh materialov: uch. pos. Moskva, 1968. 192 s.
14. Shmukler V.S. Udoskonalennya peretyniv stysnutykh elementiv shlyakhom topolohichnoy ratsionalizatsiyi / V.S. Shmukler, O.I. Luhchenko, A.KH. Nazhem // Komunal'ne hospodarstvo mist. – Kharkiv: KHNUMH im. O.M. Beketova, 2020. - Vyp. 157. - Tom № 4. - S. 25-31. - <https://eprints.kname.edu.ua/56182/1/5628-%D0%A2%D0%B5%D0%BA%D1%81%D1%82%20%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%82%D1%96-11845-2-10-20201009.pdf>
15. Shmukler V.S. Chysel'na verifykatsiya odnoho pidkhodu bionichnoy ratsionalizatsiyi konstruktivnykh / V.S. Shmukler, O.I. Luhchenko, A.KH. Nazhem // Zbirnyk naukovykh prats' UkrDUZT. – Kharkiv: UkrDUZT, 2020. - Vyp. 189. - S. 36-52. - <http://csw.kart.edu.ua/article/view/213647>
16. Abaqus <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/abaqus/>
17. ANSYS <http://www.ansys.com> (ліцензія №01008608)
18. Fusion <https://www.autodesk.com/products/fusion-360>
19. Lira <https://www.liraland.ua/lira/>
20. Narsingh Deo Graph theory with Applications to Engineering and Computer Science Mineola, New York: Dover Publications, 2016. Originally published: Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1974.

21. Rational Design of Structural Building Systems, (2019), V. Babaev, I. Ievzerov, S. Evel, A. Lantoukh-Liashchenko, V. Shevetovsky, O. Shimanovskyi, V. Shmukler, M. Sukhonos / DOM publishers, Berlin / Germany, 384 p., ISBN 978-3-86922-733-7, [www.dom-publishers.com](http://www.dom-publishers.com)
22. Tcherniak D. Topology optimization of resonating structures using SIMP method. International Journal of Numerical Methods Engineering. 2002. Vol. 54(11). p. 1605-1622
23. Zuo Z.H., Xie Y.M., Huang X. Combining genetic algorithms with BESO for topology optimization. Structural and Multidisciplinary Optimization. 2009. Vol. 38(5). p. 511-523
24. Tim Roughgarden Twenty Lectures on Algorithmic game theory // Cambridge University Press. August 2016. ISBN 9781316779309 - <https://doi.org/10.1017/CBO9781316779309>

**Шмуклер Валерій Самуїлович<sup>1</sup>**, д.т.н., професор, зав. каф. будівельних конструкцій, Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова, вул. Маршала Бажанова, 17 м. Харків, 61002, Україна, e-mail: [v\\_shmukler@hotmail.com](mailto:v_shmukler@hotmail.com)

#### **About one approach to the formation of design technology of rational designs**

**Abstract.** *In the article the variant of forming the technology of direct design (topological optimization) of*

*construction objects is considered. The basis of its procedures are the criteria for rationalization of design parameters, which are based on the study of transformations of strain energy and density of strain energy during the restructuring of the system structure. The composition of the sequence of actions in the variant design, the formation of the image of the structure, as well as in the assessment of the virtual forecast and features of the destruction of the structural system is indicated. Algorithmization of the method is indicated when considering the technology of designing rods, plates and shells. The mentioned examples show the procedure for creating elements with complex internal geometry. The results of topological optimization are tested by comparing with known solutions. Examples of the use of the obtained results in the practice of design and construction of a number of objects are given. Taking into account the synergetic essence of the method, the own interpretation of the progressive collapse and the algorithm for determining its possible manifestation by calculation are given.*

**Keywords:** *rationalization, energy portrait of the system, complex internal geometry, strain energy density, progressive collapse, limit state criterion.*

**Shmukler Valeriy S .,** Dr. of sciences, professor department of of building structures, O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv , 17, Marshal Bazhanov Street, Kharkiv, 61002, Ukraine. e-mail: [v\\_shmukler@hotmail.com](mailto:v_shmukler@hotmail.com)