

## АНАЛІЗ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ВТРАТ В ЕЛЕКТРИЧНІЙ ТРАНСМІСІЇ З УРАХУВАННЯМ ЕФЕКТУ ЗОММЕРФЕЛЬДА–КОНОНЕНКА

Подригало М. А.<sup>1</sup>, Подригало Н. М.<sup>1</sup>, Сєріков Г. С.<sup>1</sup>, Сєрікова І. О.<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>Харківський національний автомобільно-дорожній університет

**Анотація.** Розглядаються особливості застосування розрахункової моделі енергетичних втрат на пересування в умовах виникнення ефекту Зоммерфельда–Кононенка на безпружинних масах коліс із дисбалансом. Уточнено аспекти, пов'язані з резонансними явищами у трансмісії при застосуванні електричного приводу.

**Ключові слова:** ефект Зоммерфельда–Кононенка, енергетичні втрати, електрична трансмісія, безпружинна маса, механічний резонанс.

### Вступ

Застосування в сучасних транспортних засобах електричного приводу дозволяє вирішити цілу низку завдань, пов'язаних з питаннями екологічної та енергетичної безпеки країни. Однак такий підхід накладає ряд практичних обмежень. Серед них слід виділити такий істотний фактор, як обмеження енергії, що запасасться в тягових АКБ, і, як наслідок, обмеження пробігу на одній зарядці. Оптимальним шляхом вирішення зазначеної проблеми є зниження механічних втрат, пов'язаних із проявами резонансних явищ в елементах трансмісії, що обертаються, і мають незбалансовану масу. Цей ефект було досліджено Арнольдом Зоммерфельдом та Кононенком В.О. Він проявляється у виникненні коливань кутової швидкості колеса за рахунок дисбалансу колеса. У цій статті проведено теоретичне дослідження динаміки енергетичних втрат у різних варіантах руху з можливими рівнями дисбалансу.

### Актуальність досліджень

Прагнення спростити конструкцію трансмісії електротранспорту призводить до застосування електромотор-коліс, що тягне за собою збільшення безпружинних мас і знижує плавність ходу електромобілів. Виходом із ситуації може бути прагнення зменшити безпружинні маси за рахунок перенесення електродвигуна на раму автомобіля. Таким чином, електродвигуни встановлюють на підресорену масу машини і пов'язують з ведучими колесами через гнучкі механічні зв'язки. У цьому випадку виникає ефект Зоммерфельда–Кононенка, пов'язаний з дисбалансом коліс.

Зазвичай вважають, що ексцентриковий вібратор, утворений незбалансованою масою,

генерує змушувальну (рос. вынуждающую) силу

$$P = P_0 \cos(\omega t), \quad (1)$$

де  $P_0 = m\omega^2 e$ ,  $\omega$  – кутова швидкість обертання осі;  $m$  – неврівноважена маса;  $e$  – її ексцентриситет. При цьому за умовчанням передбачається, що значення  $\omega$  заздалегідь задано і не залежить від процесу коливань пружної системи, на якій утворюється «вібратор».

Однак це припущення є невірним [7]. Насправді втрати енергії на коливання пружної системи помітно впливають на величину  $\omega$ , внаслідок чого остання також коливається біля деякого середнього значення.

Особливо цей ефект помітний, якщо від електродвигуна до коліс надходить незначна потужність. Наприклад, вказаний режим виникає під час руху накатом або при переході в режим рекуперації гальмуванням.

### Аналіз публікацій

Аналізу впливу дисбалансу коліс і коливань безпружинних мас автомобіля на виникаючі додаткові витрати енергії двигуна присвячені роботи [1–4]. Показано, що поява коливань коліс у вертикальній та горизонтальній площинах призводить до додаткової витрати енергії, запасеної в енергетичних накопичувачах, акумуляторних батареях (АКБ). Це призводить до ряду негативних наслідків. Насамперед скорочується пробіг від однієї зарядки. Крім того, погіршуються динамічні властивості транспортного засобу. Однак при аналізі втрат енергії у вищезгаданих роботах не розглянуто вплив нерівномірності обертання ведучих коліс на появу додаткових витрат енергії за умов поступального руху автомобіля. Ці питання дослі-

джено в роботі [5]. Поява гібридних автомобілів дозволяє зменшити амплітуди коливань крутного моменту і тягової сили автомобіля, а поява електромобілів – звести їх до нуля [6]. Ефект Зоммерфельда–Кононенка на прикладі ексцентрикового вібратора розглянутий у роботі [7].

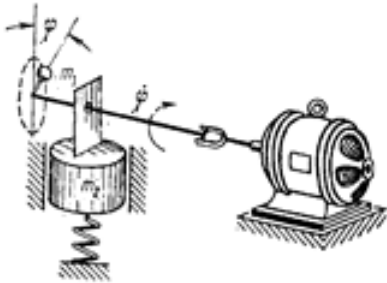


Рис. 1. Схема коливальної електромеханічної системи [7]

У результаті проведеного дослідження [7] авторами отримано умову забезпечення стійкості обертання роботи електродвигуна.

Для вирішення задачі визначення закону обертання ротора електродвигуна в роботі [7] приймається динамічна модель, представлена на рис. 2, а не моделі ексцентрикового вібратора (рис. 1).

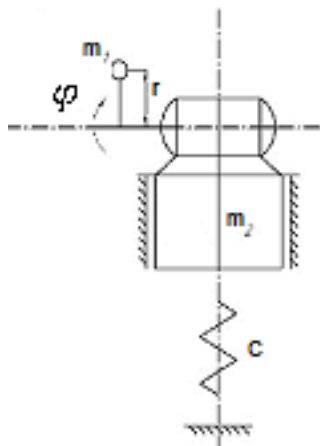


Рис. 2. Динамічна модель, фактично розглянута в роботі [7]

Також не враховуються коливання кутової швидкості валу з шарніром Гука при відхиленні осі валу від горизонтального положення.

Пропонується для визначення закону обертання ротора електродвигуна і колеса застосувати енергетичний підхід із використанням моделі складного руху [5].

У такому випадку приймається рух жорсткого колеса без ковзання. У теоретичній механіці розглядається тверде тіло. Абсолютно твердим тілом [8] називається таке тіло, відстань між будь-якими двома точками якого залишається постійною.

Таким чином, необхідно теоретично розглянути рух ведучих коліс електромобіля при різних швидкісних режимах руху з різними рівнями дисбалансу.

### Мета і постановка завдання

Метою дослідження є оцінка впливу ефекту Зоммерфельда–Кононенка на енергетичні показники у процесі передачі обертання від електродвигуна до ведучого колеса електромобіля.

Для досягнення поставленої мети необхідно визначити закон руху ротора електродвигуна та колеса автомобіля використанням енергетичного підходу та моделі складного руху.

### Визначення закону руху колеса

Розглянемо варіант розв'язання задачі з використанням моделі складного руху. Оскільки на автомобілях використовуються шарніри рівних кутових швидкостей (ШРУСи), то вважатимемо, що кутова швидкість колеса дорівнює кутовій швидкості ротора електродвигуна в разі будь-якого вертикального переміщення колеса.

За наявності дисбалансу момент інерції вала приводу колеса:

$$j_1 = j_0 + m_1 r^2, \quad (2)$$

де  $j_0$  – момент інерції ротора двигуна.

Енергія відносного руху – це енергія, що витрачається на коливання маси  $m = m_1 + m_2$ , де  $m_2$  – маса колеса,  $m_1$  – маса дисбалансу. Будемо вважати, що опір обертанню ротора в електродвигуні відсутній (це припущення було прийнято в роботі [7]).

Зміна кінетичної енергії за один цикл коливань кутової швидкості:

$$\Delta W_y = (W_{кин})_{\max} - (W_{кин})_{\min}, \quad (3)$$

$$\Delta W_y = \frac{j_1 \omega_0^2}{2} - \frac{\frac{m_1^2}{m^2} \cdot r^2}{\frac{k^2}{\omega_0^2} - 1 + \frac{4n^2}{\omega_0^2 \cdot \left(\frac{k^2}{\omega_0^2} - 1\right)}} \quad (4)$$

Втрати кінетичної енергії за час  $t$ :

$$\Delta W_T = \frac{j_1 \omega_0^3}{4\pi \cdot r_k} \cdot t - \frac{\frac{m_1^2}{m^2} \cdot r^2}{\frac{k^2}{\omega_0^2} - 1 + \frac{4n^2}{\omega_0^2 \cdot \left(\frac{k^2}{\omega_0^2} - 1\right)}}, \quad (5)$$

де  $n$  – число циклів коливань кутової швидкості за час  $t$ ;  $k$  – кругова частота власних коливань системи;  $\omega_0$  – кутова швидкість рівномірного обертання ротора за відсутності дисбалансу.

При встановленому русі залежність додаткових втрат енергії, викликаних дисбалансом колеса, від пробігу автомобіля і дисбалансу колеса визначається виразом (5)

$$\Delta W_S = \frac{j_1 \omega_0^2}{2\pi \cdot r_k} \cdot S - \frac{\frac{m_1^2}{m^2} \cdot r^2}{\frac{k^2}{\omega_0^2} - 1 + \frac{4n^2}{\omega_0^2 \cdot \left(\frac{k^2}{\omega_0^2} - 1\right)}}. \quad (6)$$

Отримана аналітична залежність має точку екстремуму-резонансу, в якій будуть спостерігатися максимальні механічні втрати внаслідок прояву ефекту Зоммерфельда-Кононенка.

Особливий інтерес являє собою аналіз втрат у трансмісії комерційного транспорту, що застосовується в міських умовах. Це зумовлено насамперед підвищеним попитом на

міський комерційний екотранспорт із відсутністю шкідливих викидів.

Одним із представників даного класу комерційних мікроавтобусів є сімейство «Газель», що має великий потенціал до конвертації у транспортний засіб з електричним приводом. Проаналізуємо отриману залежність на основі параметрів мікроавтобуса Газель ГАЗ-32213.

Таблиця 1 – Параметри підвіски та трансмісії Газель ГАЗ-32213

	Символ	Параметр	Значення
1	$c$	коефіцієнт жорсткості пружини	20000
2	$n$	число циклів коливань	10
3	$V$	швидкість руху	150 км/год
4	$t$	час руху	10 с
5	$r_k$	кінетичний радіус колеса	0,25 м
6	$m_{11}$	маса биття	15 г
7	$m_{12}$	маса биття	50 г
8	$m_{13}$	маса биття	75 г
9	$m_2$	маса биття	25 кг
10	$t$	час руху	10 с

Моделювання роботи трансмісії з незбалансованою масою на колесі показало, що максимум втрат в умовах резонансу спостерігатиметься на швидкості 130 км/год (табл. 2).

Таблиця 2 – Відносні додаткові втрати енергії у трансмісії

Дисбаланс, кг	Швидкість, км/год															
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
0,015	0,0	0,0	0,1	0,5	1,3	2,6	4,5	6,9	9,8	12,9	16,0	18,5	20,1	19,9	17,1	10,8
0,050	0,0	0,0	0,3	1,5	4,2	8,6	15,0	23,2	32,8	43,1	53,3	61,7	66,8	66,0	56,8	35,7
0,075	0,0	0,0	0,5	2,3	6,3	12,9	22,5	34,7	49,1	64,7	79,8	92,5	100,0	98,8	84,9	53,2

Аналіз отриманої залежності показує, що швидкість, за якої відбувається резонанс, залежить від маси колеса, а рівень втрат в основному визначається незбалансованою масою невіднесеної частини трансмісії (рис. 3).

Використання енергетичного підходу та моделі складного руху для знаходження за-

кону руху ротора електродвигуна та колеса автомобіля дозволило визначити рівень втрат у трансмісії при виникненні ефекту Зоммерфельда-Кононенка. Отримані залежності дозволяють кількісно оцінити ступінь впливу дисбалансу невіднесеної маси на закон обертання ротора електродвигуна.

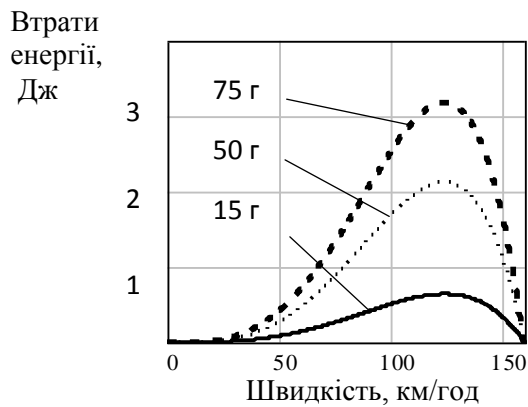


Рис. 3. Залежність впливу рівня втрат на резонансні явища в невідресореній частині трансмісії

### Висновки

Визначено залежність швидкості обертання колеса електричного транспортного засобу відповідно до динамічної моделі в умовах коливань кутової швидкості елементів трансмісії з шарніром Гука у випадку відхилення осі коліс від горизонтального положення.

Запропоновано енергетичний підхід знаходження втрат у моделі складного руху для визначення закону обертання ротора електродвигуна та колеса.

Знайдено аналітичну залежність додаткових втрат енергії, викликаних дисбалансом колеса, від пробігу автомобіля та дисбалансу колеса.

### Література

1. Работа автомобильной шины / [Кнороз В.И., Кленников Е.В., И.П. Петров и др.]; под ред. В.И. Кнороза. – М.: Транспорт, 1976. — 238 с.
2. Мазин А.С. Влияние колебаний направляющих колёс автомобиля в горизонтальной плоскости на затраты энергии двигателя. *Збірник наукових праць національної академії Національної гвардії України*. 2015. Вип.1(25). С.21–25.
3. Мазин А.С., Подригало М.А. Влияние дисбаланса и окружного люфта направляющих колёс автомобиля на затраты энергии двигателя. *Збірник наукових праць національної академії Національної гвардії України*. 2015. Вип.2(26). С.10–14.
4. Влияние колебаний неподдресоренных масс автомобиля на дополнительные затраты энергии двигателя / Подригало М.А., Гацько В.И., Мазин А.С. *Вісник ХНАДУ. Збірник наукових праць*. 2016. Вип.75. с.158–164.
5. Абрамов Д.В. Концепция улучшения функциональной стабильности динамических та энергетических характеристик автомобилей:

дис. доктора техн. наук: 05.22.02 / Абрамов Дмитро Володимирович. 2018. – 282 с.

6. Кайдалов Р.О. Научные основы создания автомобилей с комбинированной энергетической установкой: дис. доктора техн. наук: 05.22.02 / Кайдалов Руслан Олегович. 2018.– 287 с.
7. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем: современные концепции, парадоксы и ошибки. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука, 1987. – 352 с.
8. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики / С.М. Тарг. – М.: Наука, 1968. – 480 с.

### References

1. Rabota avtomobil'noy shiny / [Knorosa V.I., Klennikov Ye.V., I.P. Pet-ditch i dr.]; izd. V I. Knorosa - M.: Transport, 1976. – 238 s.
2. Mazin A.S. Vliyaniye kolebaniy napravlyayushchikh koles avtomobilya v gorizonta'noy ploskosti na energozatraty dvigatelya. *Sbornik nauchnykh trudov Natsional'noy akademii Natsional'noy gvardii Ukrainy*. 2015. VIP. 1 (25). str.21–25.
3. Mazin A.S. Podrigalo M.A. Vliyaniye neuravnoveshenosti i okruzhnogo lyufta kholostykh koles avtomobilya na energopotrebleniye dvigatelya. *Sbornik praktikov Natsional'noy akademii nauk Natsional'noy gvardii Ukrainy*. 2015. VIP. 2 (26). p. 10–14
4. Vliyaniye kolebaniy nepodressoren-nykh mass avtomobilya na dopolni-tel'nyye zatraty energii dvigatelya Podrigalo M.A., Gats'ko V.I., Ma-zin A.S. *Visnik KHNADU. Zbirnik naukovikh prats'*. 2016. Vip.75. s.158–164.
5. Abramov D.V. Kontseptsiya pokrashchen-nya funktsional'noy stabil'nosti di-namichnykh i energoperetvoryuyuchikh vlastivostey avtomobiley: dis.doktora tekhn. nauk: 05.22.02 / Abramov Dmitriy Volodimirovich. 2018.–282s.
6. Kaydalov R.O. Nauchnyye osnovy proizvodstva avtomobiley s kombinovanoyu energe-ticheskiyu ustanovkoyu: dis. doktora tekhn. nauk: 05.22.02 / Kaydalov Ruslan Olegovich. 2018.–287s.
7. Panovko YA.G., Gubanova I.I. Ustoy-chivost' i kolebaniya uprugikh si-stem: sovremennyye kontseptsii, pa-radoksy i oshibki. -4-ye izd., Pere-rob. – M.: Nauka, 1987. – 352 s.
8. Targ S.M. Kratkiy kurs teoreticheskoy mekhaniki / S.M. Targ. – M.: Nauka, 1968.– 480 s.

**Подригало Михайло Абович**<sup>1</sup>, д.т.н., проф., зав. каф. технології машинобудування та ремонту машин, +380503011658, e-mail: pmikhab@gmail.com  
<sup>1</sup>Харківський національний автомобільно-дорожній університет, 61002, Україна, м. Харків, вул. Ярослава Мудрого, 25.

**Подригало Надія Михайлівна**<sup>1</sup>, д.т.н., проф. каф. інженерної та комп'ютерної графіки, +380505015101, e-mail: pmikhab@gmail.com

<sup>1</sup>Харківський національний автомобільно-дорожній університет, 61002, Україна, м. Харків, вул. Ярослава Мудрого, 25.

**Серіков Георгій Сергійович**<sup>1</sup>, к.т.н., доц. каф. автомобільної електроніки, +380679478687, e-mail: georgy301212@gmail.com

<sup>1</sup>Харківський національний автомобільно-дорожній університет, 61002, Україна, м. Харків, вул. Ярослава Мудрого, 25.

**Серікова Ірина Олексіївна**<sup>1</sup>, к.т.н., доц. каф. автомобільної електроніки, +380671085237, e-mail: sirina301212@gmail.com

<sup>1</sup>Харківський національний автомобільно-дорожній університет, 61002, Україна, м. Харків, вул. Ярослава Мудрого, 25.

### Analysis of energy losses in electric transmission taking into account the Sommerfeld – Kononenko effect

**Abstract. Problem.** The use of an electric drive in modern vehicles allows solving a number of problems related to the issues of environmental and energy security of the country. However, this approach imposes a number of practical limitations. Among them there is such a significant factor as the limitation on the stored energy in the traction batteries and, as a consequence, the limitation of the mileage on one charge. One of the ways to solve this problem is to reduce mechanical losses associated with the appearance of resonance phenomena in rotating transmission elements and having an unbalanced mass. **Goal.** The goal is to assess the influence of the Sommerfeld – Kononenko effect on energy indicators during the transfer of rotation from the electric motor to the drive wheel of an electric vehicle.

To achieve this goal, it is necessary to determine the law of motion of the rotor of an electric motor and a car wheel using the energy approach and a model of complex motion. **Methodology.** To solve the problem of determining the law of rotation of an electric motor rotor, a dynamic model of an eccentric vibrator is adopted. The study takes into account the fluctuations in the angular velocity of the shaft with Hooke's hinge when the shaft axis deviates

from horizontal positions. It is proposed to apply an energy approach using a model of complex motion to determine the law of rotation of an electric motor rotor and a wheel. **Results.** The dependence of the speed of rotation of the wheel of an electric vehicle is determined in accordance with the dynamic model under the conditions of fluctuations in the angular speed of transmission elements with Hooke's hinge when the wheel axis deviates from the horizontal position. **Practical value.** An energy approach is proposed for finding losses in a complex motion model to determine the law of rotation of an electric motor rotor and a wheel.

An analytical dependence of additional energy losses caused by wheel unbalance on vehicle mileage and wheel unbalance is found.

**Key words:** Sommerfeld – Kononenko effect, energy losses, electric transmission, unsprung mass, mechanical resonance.

**Podrigalo Mihael Abovich**<sup>1</sup>, Professor, Dr. Sc., head of department mechanical engineering and machine repair technologies, +380503011658,

e-mail: pmikhab@gmail.com

<sup>1</sup>Kharkov National Automobile and Highway University, 25, Yaroslav Mudry street, Kharkiv, 61002, Ukraine.

**Podrigalo Nadegda Mihaelovna**<sup>1</sup>, Professor, Dr. Sc., professor of the department engineering and computer graphics, +380505015101,

e-mail: pmikhab@gmail.com

<sup>1</sup>Kharkov National Automobile and Highway University, 25, Yaroslav Mudry street, Kharkiv, 61002, Ukraine.

**Serikov Georgy Sergeevich**<sup>1</sup>, Ph.D., associate professor. Automobile electronics, +380679478687, e-mail: georgy301212@gmail.com.

<sup>1</sup>Kharkov National Automobile and Highway University, 25, Yaroslav Mudry street, Kharkiv, 61002, Ukraine.

**Serikova Irina Alekseevna**<sup>1</sup>, Ph.D., associate professor. Automobile electronics, +3806 71085237, e-mail: sirina301212@gmail.com

<sup>1</sup>Kharkov National Automobile and Highway University, 25, Yaroslav Mudry street, Kharkiv, 61002, Ukraine.