УДК 621.3.089 **DOI: 10.30977/BUL.2219-5548.2021.92.1.119**

СПРОЩЕНА МОДЕЛЬ ЛІНІЙНИХ ІНЕРЦІЙНИХ ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ

Полярус О. В.[1], Медведовська Я. С.[1], Поляков Є. О.[1], Чепусенко Є. О.[1], Жарко Ю. Г.[2]

[1]Харківський національний автомобільно-дорожній університет
[2]Державне підприємство «Харківський регіональний науково-виробничий центр стандартизації, метрології та сертифікації»

Анотація. *У статті запропонована модель, що встановлює зв'язок між вхідним та вихідним сигналами лінійної інерційної вимірювальної системи. На відміну від загальноприйнятого інтегрального рівняння згортки модель істотно спрощує синтез багатоканальних вимірювальних систем на основі марковської теорії лінійної фільтрації. Похибки апроксимації вихідних сигналів завдяки спрощеній моделі не перевищують одного відсотка для визначеного класу стаціонарних сигналів.*

Ключові слова: *лінійна інерційна система, рівняння згортки, багатоканальне вимірювання*

Вступ

Безпека роботи багатьох підприємств, які використовують складні технологічні процеси, істотно залежить від інформації, що надходить від датчиків, що вимірюють параметри процесів. Одним з найважливіших параметрів технологічного процесу енергетичних, хімічних та інших підприємств є тиск. Для надійності кількість датчиків тиску, що вимірюють той самий параметр, збільшують до двох, трьох і навіть, в окремих випадках, до шести. Процес прийняття рішення за умови невеликої різниці між показниками тиску в різних датчиках є простим, однак у разі виникнення істотних відмінностей він може стати невизначеним. Завдання ускладнюється в умовах прийому нестаціонарних вхідних дій, які є типовими за функціонування технічно складних об'єктів. Реально до багатоканальної системи, що складається з датчиків тиску, підводиться вздовж вимірювальної лінії тиск рідини від обладнання, у якому здійснюється технологічний процес. Для якісного аналізу вихідних сигналів з метою прийняття рішення необхідно створити достовірну модель багатоканальної вимірювальної системи на основі її синтезу з використанням моделей вхідних сигналів та можливих завад.

Аналіз публікацій

Модель вимірювального каналу за умови, що динамічні та інші властивості системи не змінюються протягом деякого часом, можна описати рядом Вольтерра [1–3]. Вона може використовуватись для аналізу лінійних та нелінійних інерційних систем, однак ця модель використовує багатомірні імпульсні характеристики і є надзвичайно складною для практичного застосування.

Більш проста модель вимірювального каналу є віртуальним послідовним з'єднанням лінійного інерційного та нелінійного неінерційного блоків (модель Вінера) або нелінійного неінерційного та лінійного інерційного блоків (модель Гаммерштейна), яка розглядається в багатьох роботах, наприклад в [4]. Методи аналізу таких систем щодо вимірювальних каналів розглянуто в [5]. У багатоканальній вимірювальній системі датчики в діапазоні робочого тиску зазвичай здійснюють функцію перетворення, що близька до лінійної. У цьому випадку зв'язок між вихідним та вхідним сигналами датчика визначається інтегральним рівнянням згортки [6] з використанням імпульсної характеристики першого порядку, яка реалізується в інженерних додатках.

Вхідні сигнали датчиків є реалізаціями випадкових процесів тиску, найбільш простими з яких є стаціонарні процеси. Окремим типом вхідних дій є шуми з дуже малим інтервалом кореляції, що дає право визначати їх як білі гауссівські шуми [7]. Вони використовуються для визначення постійних часу датчиків на складних технічних об'єктах. На таких об'єктах найбільш поширеним типом вхідних дій є нестаціонарні випадкові процеси, кожна реалізація якого може бути розкладеною на моди Гільберта-Хуанга [8], які здебільшого є стаціонарними. Вимірювальні аспекти таких мод розглянуто в [9].

Найкращі умови для синтезу багатоканальної системи створюються за умови, якщо вхідний процес тиску є марковським випадковим процесом. За звичайних умов таке наближення є некоректним з огляду на визначення марковського процесу. В умовах аномальної поведінки технічного об'єкта, яка має бути зареєстрована вимірювальною системою, необхідно очікувати дотримання вимог марковського процесу. У [10, 11] доведено, що математичний апарат марковських процесів може застосовуватись для лінійних та нелінійних систем, що описують стохастичними диференціальними рівняннями. Тоді до нього може бути застосовано рівняння Фоккера-Планка-Колмогорова [12], з якого випливає рівняння Р. Л. Стратоновича [13], що описує поведінку апостеріорної щільності ймовірності виміряного параметра процесу. З використанням останнього рівняння в [14] отримана система диференціальних рівнянь для аналізу параметра та його дисперсії. На жаль, безпосереднє застосування цих рівнянь для багатоканальної вимірювальної системи є ускладненим, а отже, недоцільним внаслідок зв'язку між вихідним і вхідним сигналами через інтеграл згортки, хоча останній є єдиним, що дозволяє правильно визначати вихідний сигнал за умови відомого вхідного. Крім того, можливе розв'язання оберненої задачі вимірювань, тобто знаходження невідомого вхідного сигналу за виміряним вихідним [15], що є важливим на практиці.

Мета і постановка завдання

Метою є розроблення методу апроксимації інтегрального рівняння згортки, що описує лінійну інерційну систему, та оцінювання меж його застосування на прикладі лінійних інерційних датчиків.

Теоретичне підґрунтя апроксимації рівняння згортки

Процес вимірювання вхідної реалізації випадкового процесу лінійною інерційною системою (наприклад, датчиком) можна описати за допомогою рис. 1.

На вхід системи надходить реалізація вхідної дії (сигнал) $x(t)$, отже, на виході отримуємо виміряний вихідний сигнал $y(t)$. Імпульсна характеристика системи $h(t)$ зазвичай є невідомою.

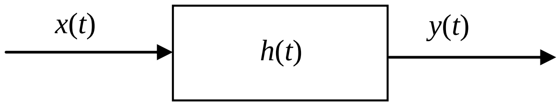


Рис. 1. Ілюстрація зв'язку між реалізаціями випадкового процесу на вході і виході лінійної системи

Запишемо теоретичний вихідний сигнал системи за допомогою рівняння згортки (1):

$$y_T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)\cdot x(\tau)d\tau. \qquad (1)$$

Можна замінити інтеграл згортки (1) на добуток реалізації вхідного випадкового процесу $x(t)$ та часової функції $a(t)$, що є невідомою:

$$y_M(t) \approx x(t)\cdot a(t). \qquad (2)$$

Рівняння (2), яке описує модельний вихідний сигнал $y_M(t)$, є простішим, ніж (1): $y_M(t) = y_T(t)$. Отже, необхідно визначити функцію $a(t)$.

Будемо вважати, що сигнали $x(t)$ та $y(t)$ є відомими з прийнятною точністю, у цьому випадку $x(t)$ можна визначити методом розв'язання оберненої задачі вимірювань [15] або оцінити в процесі експериментальних досліджень [7].

Отже, маємо три вихідні сигнали лінійної інерційної системи: виміряний $y(t)$, теоретичний сигнал $y_T(t)$, що розрахований за точною формулою інтеграла згортки (1), та теоретичний сигнал $y_M(t)$, що розраховується за наближеним співвідношенням (2). На практиці важко отримати сигнал $y_T(t)$, оскільки не завжди є точна інформація про імпульсну характеристику системи. Таким чином, можна порівнювати тільки сигнали $y(t)$ та $y_M(t)$. Порівняння зводиться до мінімізації відстані між цими сигналами у функціональному просторі з квадратичною метрикою:

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} [y(t) - y_M(t)]^2 dt, \qquad (3)$$

де J – деяке число (відстань), яке можна вважати функціоналом.

Згідно з теоремою Карунена-Лоєва [16] невідома функція $a(t)$ є рядом, члени якого є добутками невідомих коефіцієнтів α_i на ортогональні функції $\psi_i(t)$, які вибираються дослідником:

$$a(t) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t) \cdot \psi_i(t). \qquad (4)$$

Відповідно до (4), вираз для функціонала (3) можна записати як

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \left[y(t) - \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t) \cdot \psi_i(t) \right]^2 dt. \qquad (5)$$

Мінімізація функціонала (5) здійснюється методом глобального випадкового пошуку, найчастіше генетичним алгоритмом [17]. У процесі цієї операції отримують значення невідомих коефіцієнтів $\alpha_i(t)$, а потім зі співвідношення (4) і саму функцію $a(t)$. Кількість членів ряду n у виразах (4) і (5) визначається з необхідної точності апроксимації функції рядом.

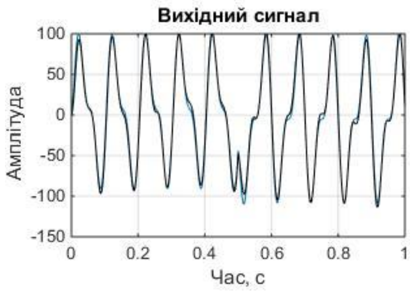
Результати математичного моделювання

Здійснення математичного моделювання з метою перевірки зведеного методу вимагає інформації про виміряний сигнал $y(t)$, який стосується тільки конкретної лінійної інерційної системи. Для отримання узагальнювальних висновків простіше в функціоналі (5) замість сигналу $y(t)$ використовувати теоретичний сигнал $y_T(t)$. Останній можна промоделювати для різних реалізацій $x(t)$ вхідного випадкового процесу та різних видів імпульсної характеристики системи:

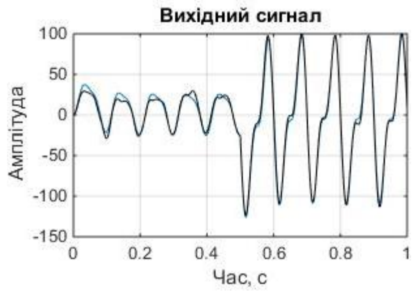
$$h(t) = \frac{A}{\tau_0} e^{-\frac{t}{\tau_0}}, \qquad (6)$$

де τ_0 – постійна часу системи; A – деякий амплітудний множник. Ці параметри вибираються дослідником.

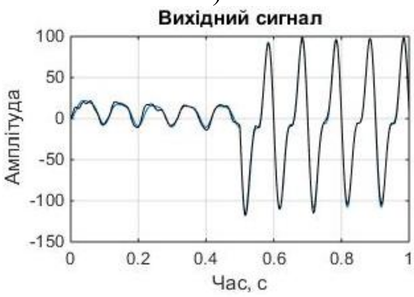
У процесі моделювання використовували різні типи сигналів від простих гармонічних до складних з шумами, однак результати моделювання були майже однаковими. Розмірність вхідних і вихідних сигналів визначається типом фізичного процесу і для мети статті не має істотного значення. Під час подачі на вхід лінійної інерційної системи суми трьох гармонічних сигналів з різними амплітудами та фазами вихідні сигнали $y_T(t)$ та $y_M(t)$ є близькими для різних постійних часу (рис. 2).



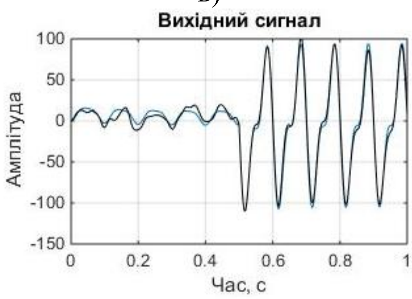
а)



б)



в)



г)

Рис. 2. Приклад порівняння вихідних сигналів $y_T(t)$ та $y_M(t)$ за умови, коли $A=1$, для різних постійних часу системи τ_0: а – 0,01 с; б – 0,1 с; в – 0,2 с; г – 0,3 с

У процесі порівняння зазначених сигналів розрахована відносна різниця між ними для різних лінійних інерційних систем та коефіцієнт кореляції, що наведено в табл. 1.

Таблиця 1 – Результати залежності найбільшої відносної різниці між сигналами $y_T(t)$ та $y_M(t)$ за різних значень постійної часу системи τ_0

Задане значення постійної часу, τ_0, с	Максимальна різниця $\varepsilon_{\max}$, %	Коефіцієнт кореляції між $y_T(t)$ та $y_M(t)$
0,01	0,567	0,978
0,1	0,667	0,992
0,2	0,339	0,991
0,3	0,193	0,990

Аналогічні залежності і таблиці отримані для інших сигналів, зокрема з шумом. Отже, можемо дійти таких висновків:

1) похибки апроксимації теоретичних вихідних сигналів, розрахованих за допомогою інтеграла згортки, сигналів, отриманих на основі спрощеної моделі, не перевищують одного відсотка для множини типових сигналів;

2) коефіцієнти кореляції між зазначеними сигналами зазвичай перевищують 0,95;

3) істотної залежності зведених раніше показників від постійної часу системи не спостерігається;

4) закономірностей у поведінці похибок апроксимації та коефіцієнта кореляції залежно від постійної часу не виявлено, що зумовлено роботою генетичного алгоритму, результати якого є випадковими.

Таким чином, спрощена модель лінійного інерційного каналу забезпечує отримання вихідного сигналу, що практично співпадає з вихідним сигналом, який розрахований за точною моделлю.

Висновки

Застосування моделей лінійних інерційних систем на основі інтеграла згортки ускладнює моделювання багатоканальних систем на основі марковської теорії лінійної фільтрації. Синтезовані оптимальні схеми вимірювання параметрів сигналів для таких систем є малопридатними для інженерних додатків. Використання в подібних системах спрощеної моделі, що розроблена, дозволяє розширити можливості для застосування розвинутих наявних методів. Результати моделювання демонструють практичне співпадіння вихідних сигналів, що розраховані в обох моделях. Однак головним недоліком спрощеної моделі системи є її залежність від вхідних сигналів. Для широкого класу однотипних стаціонарних сигналів спрощена модель залишається майже незмінною, а для нестаціонарних сигналів необхідно розробляти адаптивні моделі. Отже, в статті розроблено метод апроксимації інтегрального рівняння згортки, що описує лінійну інерційну систему, та проаналізовані межі його застосування на прикладі лінійних інерційних датчиків.

Література

1. Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных управлений: пер. с англ. П. И. Кузнецова. Москва: Наука, 1982. 304 с.
2. Тихонов В. И. Нелинейное преобразование случайных процессов. Москва: Радио и связь, 1986. 296 с.
3. Khan A. A., Vyas N. S. Application of Volterra and Wiener Theories for Nonlinear Parameter Estimation in a Rotor-Bearing System. *Nonlinear Dynamics*, 2001. 24. Pp. 285–304.
4. Bai E. W. An optimal two stage identification algorithm for Hammerstein-Wiener nonlinear systems. *Automatica*. 1998. 34 (3). Pp. 333–338.
5. Identification of a nonlinear inertial measuring pressure channel / Poliarus O., Koval O., Medvedovska Ya., Poliakov Ye. *Ukrainian metrological journal*, 2019. №1. С. 63–70.
6. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы. Москва: Высшая школа, 1988. 448 с.
7. Hashemian H. M. Maintenance of Process Instrumentation in Nuclear Power Plants. *Springer*, 2006. 326 p.
8. Huang N., Shen S. Hilbert–Huang Transform and Its Applications. *Interdisciplinary Mathematical Sciences*. 2014.
9. Influence of Measurements Uncertainty on Uncertainty of Gilbert-Huang Transform Modes / Poliarus O., Ianushkevych S., Koval A., Lebedynskyi A. *Proceedings of 2019 IEEE 8th International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers, CAOL 2019*, Sozopol (Bulgaria), 2019 (6–8 September). Pp. 644–647.
10. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. Москва: Сов. радио, 1977. 488 с.
11. Тихонов В. И., Кульман Н. К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. Москва: Сов. радио, 1975. 704 с.
12. Sharma S. Kolmogorov-Fokker-Planck approach for a stochastic Duffing – van der Pol system. *Differential Equations and Dynamical Systems*. 2008. 16. Pp. 351–377.
13. Стратонович Р. Л. Условные марковские процессы: Москва: МГУ, 1966. 319 с.
14. Тихонов В. И. Оптимальный приём сигналов. Москва: Радио и связь, 1983. 320 с.
15. Полярус О. В., Поляков Є. О. Наближене розв'язання оберненої задачі вимірювань та його метрологічне забезпечення. Харків: Видавництво «Лідер», 120 с.

16. Фалькович С. Е., Пономарев В. И., Шкваренко Ю. В. Оптимальный прием пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием. Москва: Радио и связь, 1989. 296 с.
17. Mitsuo Gen Runwei Cheng Genetic algorithms and engineering optimization. New York: A Wiley-Intercience Publication, 2000. 495 p.

References

1. Volterra V. Teoriya funktsionalov, in-tegralnyih i integro-differentsialnyih upravleniy: per. s angl. P. I. Kuznetsova. Moskva: Nauka, 1982. 304. [in Russian].
2. Tihonov V. I. Nelineynoe preobrazovanie sluchaynyih protsessov. Moskva: Radio i svyaz, 1986. 296. [in Russian].
3. Khan A. A., Vyas N. S. Application of Volterra and Wiener Theories for Nonlinear Parameter Estimation in a Rotor-Bearing System. *Nonlinear Dynamics*, 2001. 24. Pp. 285–304.
4. Bai E. W. An optimal two stage identification algorithm for Hammerstein-Wiener nonlinear systems. *Automatica*. 1998. 34 (3). Pp. 333–338.
5. Identification of a nonlinear inertial measuring pressure channel / Poliarus O., Koval O., Medvedovska Ya., Poliakov Ye. *Ukrainian metrological journal*, 2019. №1. C. 63–70.
6. Baskakov S. I. Radiotehnicheskie tsepi i signalyi. Moskva: Vyisshaya shkola, 1988. 448. [in Russian].
7. Hashemian H. M. Maintenance of Process Instrumentation in Nuclear Power Plants. *Springer*, 2006. 326 p.
8. Huang N., Shen S. Hilbert–Huang Transform and Its Applications. *Interdisciplinary Mathematical Sciences*. 2014.
9. Influence of Measurements Uncertainty on Uncertainty of Gilbert-Huang Transform Modes / Poliarus O., Ianushkevych S., Koval A., Lebedynskyi A. *Proceedings of 2019 IEEE 8th International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers, CAOL 2019*, Sozopol (Bulgaria), 2019 (6–8 September). Pp. 644–647.
10. Tihonov V. I., Mironov M. A. Markovskie processy. Moskva: Sov. radio, 1977. 488. [in Russian].
11. Tihonov V. I., Kulman N. K. Nelinejnaya filtraciya i kvazikogerentnyj priem signalov. Moskva: Sov. radio, 1975. 704. [in Russian].
12. Sharma S. Kolmogorov-Fokker-Planck approach for a stochastic Duffing – van der Pol system. *Differential Equations and Dynamical Systems*. 2008. 16. Pp. 351–377.
13. Stratonovich R. L. Uslovnye markovskie processy: Moskva: MGU, 1966. 319. [in Russian].
14. Tihonov V. I. Optimalnyj priyom signa-lov. Moskva: Radio i svyaz, 1983. 320 p. [in Russian].
15. Poliarus O. V., Poliakov Ye. O. Nablyzhene rozviazannia obernenoi zadachi vymiriuvan ta yoho metrolohichne zabezpechennia. Kharkiv: Vydavnytstvo «Lider», 120 p. [in Ukrainian].
16. Falkovich S. E., Ponomarev V. I., Shkva-renko Yu. V. Optimalnyj priem prostran-stvenno-vremennyh signalov v radiokanalah s rasseyaniem. Moskva: Radio i svyaz, 1989. 296 p. [in Russian].
17. Mitsuo Gen Runwei Cheng Genetic algorithms and engineering optimization. New York: A Wiley-Intercience Publication, 2000. 495 p.

Полярус Олександр Васильович[1], д.т.н., проф., зав. каф. метрології та безпеки життєдіяльності, poliarus.kharkov@ukr.net, тел. +38 050-630-92-78,
Медведовська Яна Сергіївна[1], к.т.н., асист. каф. метрології та безпеки життєдіяльності, yana.brovko@ukr.net, тел. +38 050-958-41-86.
Поляков Євген Олександрович[1], к.т.н., доц. каф. метрології та безпеки життєдіяльності, eug_p@ukr.net, тел. +38 066-592-36-32.
Чепусенко Євгеній Олександрович[1], асп. каф. метрології та безпеки життєдіяльності, eugeney.chepusenko@yandex.ua,
тел. +38 095-575-03-45.
Жарко Юрій Григорович[2], к.т.н., провідний інженер зі стандартизації відділу оцінки відповідності продукції машинобудування, 090sert@gmail.com, тел. +38 067-749-41-36.
[1]Харківський національний автомобільно-дорожній університет, вул. Ярослава Мудрого, 25, м. Харків, 61002, Україна.
[2]Державне підприємство «Харківський регіональний науково-виробничий центр стандартизації, метрології та сертифікації», вул. Мироносицька, 36, м. Харків, 61002, Україна.

Упрощенная модель линейных инерционных измерительных систем

Аннотация. *В статье предложена модель, которая устанавливает связь между входным и выходным сигналами линейной инерционной измерительной системы. В отличие от общепринятого интегрального уравнения свертки модель существенно упрощает синтез многоканальных измерительных систем на основе марковской теории линейной фильтрации. Погрешности аппроксимации выходных сигналов с помощью упрощенной модели не превышают одного процента для определенного класса стационарных сигналов.*

Ключевые слова*: линейная инерционная система, уравнение свертки, многоканальное измерение*

Полярус Александр Васильевич[1], д.т.н., проф., зав. каф. метрологии и безопасности жизнедеятельности, poliarus.kharkov@ukr.net,
тел. +38 050-630-92-78,
Медведовская Яна Сергеевна[1], к.т.н., ассист. каф. метрологии и безопасности жизнедеятельности, yana.brovko@ukr.net, тел. +38 050-958-41-86.

Поляков Евгений Александрович[1], к.т.н., доц. каф. метрологии и безопасности жизнедеятельности, eug_p@ukr.net, тел. +38 066-592-36-32.
Чепусенко Євгений Александрович[1], асп. каф. метрологии и безопасности жизнедеятельности, eugeney.chepusenko@yandex.ua, тел. +38 095-575-03-45.
Жарко Юрий Григорьевич[2], к.т.н., ведущий инженер по стандартизации отдела оценки соответствия продукции машиностроения, 090sert@gmail.com, тел. +38 067-749-41-36.
[1]Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, ул. Ярослава Мудрого, 25, г. Харьков, 61002, Украина.
[2]Государственное предприятие «Харьковского регионального научно-производственного центра стандартизации, метрологии и сертификации», ул. Мироносицкая, 36, г. Харьков, 61002, Украина.

Simplified model of linear inertial measurement systems

Abstract. Problem. *To increase the metrological reliability of measuring systems at technical objects, the number of sensors measuring the same process parameter is increased to several units and a model of a multi-channel measuring system is synthesized. This synthesis is usually based on the use of Markov's theory of linear filtering, but the presence of a connection between the input and output signals of the linear inertial system through the convolution integral significantly complicates the process of obtaining the optimal device.* ***Goal.*** *The aim of the article is to develop a method for approximating the integral equation of convolution, which describes a linear inertial system, and to estimate the limits of its application on the example of linear inertial sensors.* ***Methodology****. Instead of the output signal in the form of a convolution equation, the output signal, defined as the product of the input signal to an unknown time function is used. This function is represented by the Karhunen-Loev series. The distance in the functional space with a quadratic metric between these output signals is minimized by means of a genetic algorithm and the coefficients of the series and, therefore, the unknown function itself, are determined.* ***Results.*** *In the simulation, the relative difference between the output signals, which were calculated from exact and simplified expressions, was determined. Realizations of stationary signals were used as input signals, and the pulse characteristics of the linear inertial system varied over a wide range. The errors of approximation of the integral convolution equation by a simple model do not exceed a few percent.* ***Originality.*** *The approximation of the convolution equation by a simplified model of the system is original and, although it cannot be applied in a wide range of conditions, it is acceptable for a separate class of stationary signals without restrictions. The accuracy of the approximation of the convolution equation is greatest if the width of the spectrum of the input signals is less than the bandwidth of the measuring system.* ***Practical value.*** *The obtained connection between input and output signals based on a simplified model allows to synthesize multi-channel measuring systems using advanced Markov filtering methods for a separate class of stationary input signals. To expand the application of the method in a wide range of conditions, a set of simplified models that are created in advance can be used.*

Keywords*: linear inertial system, convolution equation, multichannel measurement*

Poliarus Oleksandr[1], Prof., Doctor of Eng. Science, Head of the Metrology and Life Safety Department, poliarus.kharkov@ukr.net, tel. +38 050-630-92-78,
Medvedovska Yana[1], Ph.D., Assistant of the Metrology and Life Safety Department, yana.brovko@ukr.net, тел. +38 050-958-41-86.
Poliakov Yevhen[1], Ph.D., Assos. Prof. of the Metrology and Life Safety Department, eug_p@ukr.net, тел. +38 066-592-36-32.
Chepusenko Yevhenii[1], graduate student of the Metrology and Life Safety Department, eugeney.chepusenko@yandex.ua, тел. +38 095-575-03-45.
Zharko Yurii[2], Ph.D., Leading Standardization Engineer, Department of Conformity Assessment of Engineering Productrs, 090sert@gmail.com, тел. +38 067-749-41-36.
[1]Kharkov National Automobile and Highway University, 25, Yaroslava Mudrogo str., Kharkiv, 61002, Ukraine.
[2]State Enterprise "Kharkiv Regional Scientific and Production Center for Standardization, Metrology and Sertification", Mironositskaya str., Kharkiv, 61002, Ukraine.