

УДК 624.131.5

DOI: 10.30977/BUL.2219-5548.2019.86.1.148

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В НАГРУЖЕННОЙ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИЛОЙ ПОЛОСЕ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РАЗНЫХ МОДЕЛЕЙ ГРУНТА

Кожушко В.П., Лысяков И.Н.

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

Аннотация. Исследован вопрос о характере распределения реактивных давлений от приложенной по середине полосы сосредоточенной силы в зависимости от гибкости системы «полоса-грунт» и модели грунтового основания. Показано, что характер распределения реактивных давлений резко меняется для систем с разными показателями гибкости и при применении разных моделей грунта. Рассмотрено три модели грунтового основания (линейно-деформируемая полуплоскость, линейно-деформируемый слой конечной толщины и модель Винклера). Изменение характера эпюры реактивных давлений приводит к значительным изменениям внутренних усилий (изгибающих моментов и поперечных сил).

Ключевые слова: сосредоточенная сила, изгибающий момент, эпюра реактивных давлений, линейно-деформируемая полуплоскость, линейно-деформируемый слой конечной толщины и модель Винклера.

Введение

Известно, что от модели грунта и показателя гибкости системы «полоса-грунт» зависит форма эпюры реактивных давлений и значения внутренних усилий, возникающих в полосах на грунтовом основании.

По этой причине велись длительные дискуссии о правомерности применения при анализе работы инженерных конструкций на грунтовом основании той или иной модели грунта. Часто сторонники какой-либо модели подвергали жестокой критике работы авторов, которые в своих исследованиях использовали другие модели грунта. В конце концов, исследователи этого вопроса пришли к выводу, что в каждом конкретном случае (в зависимости от вида грунтов и их физико-механических характеристик) следует применять ту или иную модель, т. е. были установлены рамки, в пределах которых применяемая модель грунта дает приемлемые для практики результаты. Эти теоретические положения были подтверждены экспериментальными данными.

Анализ публикаций

В ряде литературных источников [1–5] приведены результаты расчетов инженерных конструкций на грунтовом основании при различных показателях гибкости системы «полоса-грунт». Например, в работе [7] проведен анализ результатов расчета по двум моделям грунтового основания. Однако вопрос об изменении формы эпюры реактивных давлений, ее ординат, внутренних уси-

лий в полосе при действии различных поперечно приложенных к полосе внешних нагрузок и разных моделях грунта требует дальнейших исследований.

Цель и постановка задачи

В данной работе исследован вопрос о распределении давлений по подошве полосы и анализ значений внутренних усилий (изгибающих моментов) в полосе, нагруженной сосредоточенной силой, приложенной в ее среднем сечении, при применении трех моделей грунтового основания (линейно-деформируемой полуплоскости, линейно-деформируемого слоя конечной толщины и модели Винклера).

Определение реактивных давлений и внутренних усилий в полосе

В работе [6] проведены теоретические исследования взаимодействия системы «полоса-грунт». Грунтовое основание рассматривается как линейно-деформируемый слой конечной толщины. При реализации задачи использован метод Б.Н. Жемочкина [2]. Для облегчения расчетов одним из авторов были составлены обширные таблицы реактивных усилий, углов поворота и осадок полосы от различных единичных поперечных нагрузок (сосредоточенных сил, моментов, а также пригрузок в виде равномерно распределенных или изменяющихся по треугольнику нагрузок). Количество участков разбивки полосы по длине принято равным 5, что, как показано в работе [2], вполне достаточно для опре-

деления напряженно-деформированного состояния системы. При составлении таблиц были рассмотрены различные толщины деформируемого грунтового слоя, начиная от $c/H = 1/32$ и до $c/H = 4$, где $c = l/5$ – длина участка разбивки полосы; H – толщина деформируемого слоя грунта; l – длина полосы.

Анализ данных составленных нами таблиц показал, что модель грунтового основания в виде линейно-деформируемого слоя конечной толщины является богатой моделью, которая включает в себя модель в виде линейно-деформируемой полуплоскости при введении большой толщины сжимаемого слоя (скажем, равной $c/H = 1/32, 1/16$), собственно модель линейно-деформируемого слоя конечной толщины (при c/H от $1/8$ до 1) и модель Винклера (при $c/H = 2$ или $c/H = 4$). Это дает возможность, используя таблицы работы [6], исследовать работу полос при различной гибкости системы «полоса-грунт» для указанных трех моделей грунтового основания.

Исследуем работу полосы длиной $l = 10$ м на грунтовом основании, нагруженной в среднем сечении сосредоточенной силой $P = 1000$ кН (рис. 1). Примем величину $c/H = 1/32$, где $c = 10/5 = 2$ м.

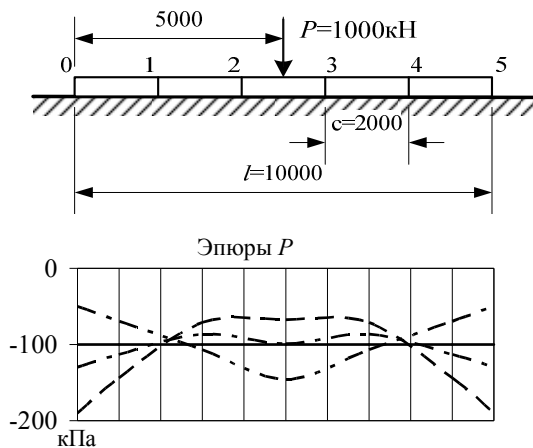


Рис. 1. Эпюры реактивных давлений при различных показателях гибкости α системы «полоса-грунт» ($c/H = 1/32$)

В этом случае грунтовое основание работает как линейно-деформируемая полуплоскость. Допустим, что полоса является абсолютно жесткой, т. е. показатель гибкости системы «полоса-грунт» $\alpha = 0$. Для показателя $\alpha = 0$ по таблицам работы [6] находим реактивные усилия \bar{Y}_i в стерженьках, установленных под серединами участков разбив-

ки полосы. Усилия \bar{Y}_i находим от единичной сосредоточенной силы $P/b = 1$, приложенной в среднем сечении полосы (см. рис. 1), где $b = 1$ м – ширина полосы (размер полосы в перпендикулярном чертежу направлении).

Реактивные усилия равны:

$$\bar{Y}_1 = \bar{Y}_5 = 0,2888; \bar{Y}_2 = \bar{Y}_4 = 0,1433; \bar{Y}_3 = 0,1358.$$

Для определения реактивных давлений под серединами участков разбивки полосы воспользуемся формулой, приведенной в работе [6].

$$p_i = 5 \frac{P}{bl} \bar{Y}_i = 5 \frac{1000}{1 \cdot 10} \bar{Y}_i = 500 \bar{Y}_i.$$

Реактивные давления:

$$p_1 = p_5 = 500 \cdot 0,2888 = 144,40 \text{ кПа};$$

$$p_2 = p_4 = 500 \cdot 0,1433 = 71,65 \text{ кПа};$$

$$p_3 = 500 \cdot 0,1358 = 67,90 \text{ кПа}.$$

По этим данным построена эпюра реактивных давлений. Она показана на рис. 1 пунктирной линией. На этом же рисунке приведена и эпюра реактивных давлений, полученная без учета совместной работы полосы с грунтом ($p = P/A = 1000/1 \cdot 10 = 100$ кПа). Эта эпюра сплошной линией и представляет собой горизонтальную линию. Эпюра реактивных давлений при $\alpha = 0$ проведена через точки, характеризующие реактивные давления под серединами участков разбивки полосы. Теоретически полученная эпюра давлений имеет ступенчатую форму [2]. В пределах i -го участка разбивки она имеет одинаковую интенсивность давления, равную давлению p_i под серединой участка.

По методике, приведенной в работе [2], определены величины изгибающих моментов под точками 0, 1, 2 и 2–3 (середина полосы).

$$M_0 = 0; M_1 = 144,4 \cdot 2 \cdot 1 = 288,8 \text{ кНм};$$

$$M_2 = 144,4 \cdot 2 \cdot 3 + 71,65 \cdot 2 \cdot 1 = 1009,7 \text{ кНм};$$

$$M_{2-3} = 144,4 \cdot 2 \cdot 4 + 71,65 \cdot 2 \cdot 2 + 67,9 \cdot 1 \cdot 0,5 = 1475,75 \text{ кНм}.$$

Эпюра изгибающих моментов приведена на рис. 2 (пунктирная линия). На этом же рисунке сплошной линией нанесена и эпюра изгибающих моментов, ординаты которой определены без учета совместной работы полосы и грунта ($M_0 = 0; M_1 = 200$ кНм; $M_2 = 800$ кНм; $M_{2-3} = 1250$ кНм). Как видно из рис. 2, значения изгибающих моментов, рассчитанных при показателе гибкости системы $\alpha = 0$, больше изгибающих моментов, полу-

ченных по данным расчета, не учитывающих совместную работу полосы и грунтового основания.

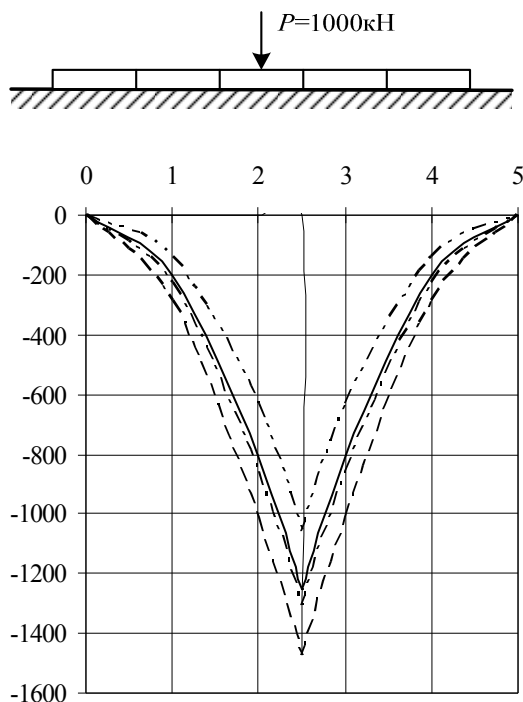


Рис. 2. Эпюры изгибающих моментов ($c/H = 1/32$)

Проанализируем работу этой же полосы при иных показателях гибкости системы «полоса-грунт» (при $\alpha = 0,128$ и $\alpha = 0,427$). По М.И. Горбунову-Посадову [1] эти показатели будут соответственно равны $t = 3$ и $t = 10$.

Используя данные работы [6], по приведенной выше методике, определены реактивные давления и изгибающие моменты. Реактивные давления имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} \text{при } \alpha = 0,128 \quad p_1 = p_5 = 113,4 \text{ кПа;} \\ p_2 = p_4 = 86,95 \text{ кПа;} p_3 = 99,30 \text{ кПа;} \\ \text{при } \alpha = 0,427 \quad p_1 = p_5 = 69,6 \text{ кПа;} \\ p_2 = p_4 = 107,25 \text{ кПа;} p_3 = 146,3 \text{ кПа.} \end{aligned}$$

По этим данным построены эпюры реактивных давлений (см. рис. 1).

Величины изгибающих моментов определены по изложенной выше методике. Они равны:

$$\begin{aligned} \text{при } \alpha = 0,128 \quad M_0 = 0; M_1 = 226,8 \text{ кНм;} \\ M_2 = 854,3 \text{ кНм;} M_{2,3} = 1304,65 \text{ кНм;} \\ \text{при } \alpha = 0,427 \quad M_0 = 0; M_1 = 139,2 \text{ кНм;} \\ M_2 = 632,10 \text{ кНм;} M_{2,3} = 1058,95 \text{ кНм.} \end{aligned}$$

Эти эпюры приведены на рис. 2.

Таким образом, наибольшие значения изгибающих моментов в среднем сечении

меньше от изгибающих моментов, рассчитанных без учета совместной работы с грунтом, только при $\alpha = 0,427$.

Рассмотрим работу этой же полосы при относительной толщине сжимаемого слоя $c/H = 1/2$. При такой толщине сжимаемого слоя грунтовое основание работает как линейно-деформируемый слой конечной толщины. Используя таблицы работы [6], определим значения реактивных давлений для следующих показателей гибкости системы «полоса-грунт»: $\alpha = 0$, $\alpha = 0,128$ и $\alpha = 0,427$, т. е. для тех же показателей гибкости системы, которые были рассмотрены при толщине сжимаемого слоя $c/H = 1/32$.

Реактивные давления будут равны:

$$\begin{aligned} \text{при } \alpha = 0 \quad p_1 = p_5 = 117,60 \text{ кПа;} \\ p_2 = p_4 = 87,25 \text{ кПа;} p_3 = 90,30 \text{ кПа;} \\ \text{при } \alpha = 0,128 \quad p_1 = p_5 = 88,1 \text{ кПа;} \\ p_2 = p_4 = 101,7 \text{ кПа;} p_3 = 120,45 \text{ кПа;} \\ \text{при } \alpha = 0,427 \quad p_1 = p_5 = 48,4 \text{ кПа;} \\ p_2 = p_4 = 119,65 \text{ кПа;} p_3 = 163,9 \text{ кПа (рис. 3).} \end{aligned}$$

Изгибающие моменты изменяются по сравнению с таковыми при толщине сжимаемого слоя, равной $c/H = 1/32$ (рис. 4):

$$\begin{aligned} \text{при } \alpha = 0 \quad M_0 = 0; M_1 = 235,2 \text{ кНм;} \\ M_2 = 881,5 \text{ кНм;} M_{2,3} = 1334,95 \text{ кНм;} \\ \text{при } \alpha = 0,128 \quad M_0 = 0; M_1 = 176,20 \text{ кНм;} \\ M_2 = 732 \text{ кНм;} M_{2,3} = 968,42 \text{ кНм;} \\ \text{при } \alpha = 0,427 \quad M_0 = 0; M_1 = 96,8 \text{ кНм;} \\ M_2 = 529,7 \text{ кНм;} M_{2,3} = 947,75 \text{ кНм.} \end{aligned}$$

Таким образом, эпюры реактивных давлений при $c/H = 1/2$ имеют несколько иную форму, чем при $c/H = 1/32$.

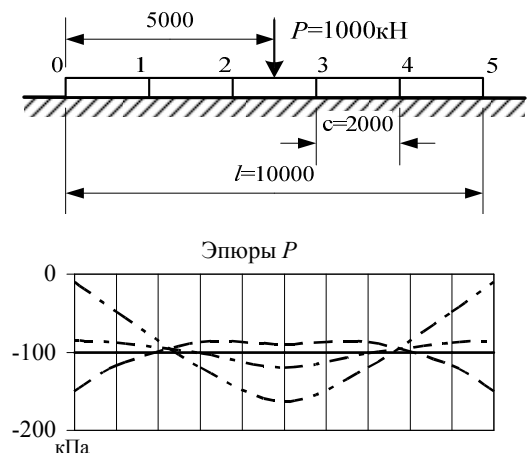


Рис. 3. Эпюры реактивных давлений при $c/H = 1/2$

Значения изгибающих моментов уже при $\alpha = 0,128$ меньше, чем величины изгибающих моментов, рассчитанных без учета совместной работы полосы и грунтового основания.

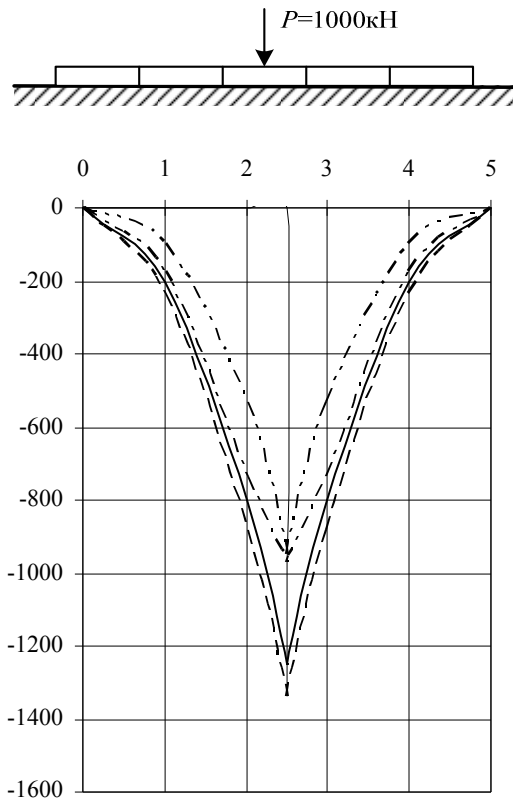


Рис. 4. Эпюры изгибающих моментов ($c/H = 1/2$)

Проанализируем работу системы «полоса-грунт» при очень малой толщине сжимаемого слоя, т. е. при $c/H = 4$. Анализ изменения реактивных давлений и изгибающих моментов выполним при прежних показателях гибкости α системы «полоса-грунт». При относительной толщине $c/H = 4$ грунт работает как винклеровское основание.

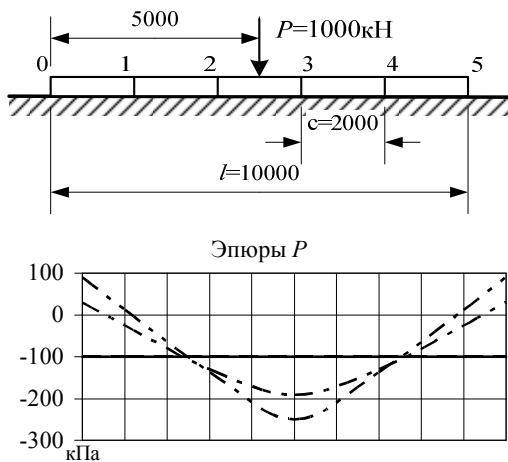


Рис. 5. Эпюры реактивных давлений при $c/H = 4$

Величины реактивных давлений изменяются в следующих пределах (рис. 5):

при $\alpha = 0$ $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = 100$ кПа;

при $\alpha = 0,128$ $p_1 = p_5 = 24,25$ кПа;

$p_2 = p_4 = 130,05$ кПа; $p_3 = 191,44$ кПа;

при $\alpha = 0,427$ $p_1 = p_5 = -12,10$ кПа;

$p_2 = p_4 = 136,65$ кПа; $p_3 = 250,90$ кПа.

Изгибающие моменты при работе полосы на основании Винклера будут иметь следующие значения:

при $\alpha = 0$ $M_0 = 0$; $M_1 = 200$ кНм;

$M_2 = 800$ кНм; $M_{2,3} = 1250$ кНм;

при $\alpha = 0,128$ $M_0 = 0$; $M_1 = 48,5$ кНм;

$M_2 = 405,6$ кНм; $M_{2,3} = 809,9$ кНм;

при $\alpha = 0,427$ $M_0 = 0$; $M_1 = -24,2$ кНм;

$M_2 = 200,1$ кНм; $M_{2,3} = 575,25$ кНм.

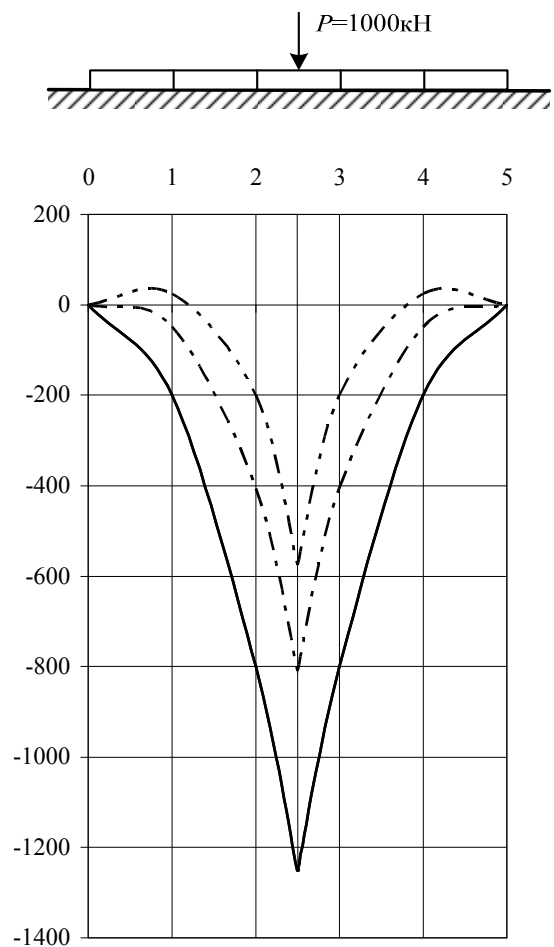


Рис. 6. Эпюры изгибающих моментов ($c/H = 4$)

Как видно из рис. 6, эпюры изгибающих моментов при неучете совместной работы полосы с грунтом и при $\alpha = 0$, т. е. для жесткой системы, совпадают. Для гибких систем значения изгибающих моментов значительно уменьшаются.

Сравним результаты расчета при разных значениях показателя гибкости системы «полоса-грунт» и разных моделях грунта. В табл. 1 приведены значения реактивных давлений под серединой полосы.

Таблица 1 – Реактивные давления под серединой полосы, кПа

$c/H=4$	Без учета совместной работы	$\alpha=0$	$\alpha=0,128$	$\alpha=0,427$
1/32	100	67,9	99,3	146,3
1/2	100	90,3	120,4	163,9
4	100	100	191,4	250,9

Как видно из табл. 1, реактивные давления под серединой полосы могут отличаться в $250,9/67,9 = 3,70$ раза. Еще более значительные отличия в величинах реактивных давлений наблюдается под концевыми участками полосы, т. е. игнорирование влияния на величину реактивных давлений моделей грунта и показателя гибкости системы «полоса-грунт» неправомерно.

Значительно изменяются максимальные значения изгибающих моментов (в $1475,8/575,25 = 2,57$ раза) под точкой приложения сосредоточенной силы (см. табл. 2).

Таблица 2 – Изгибающие моменты в середине полосы, кНм

$c/H=4$	Без учета совместной работы	$\alpha=0$	$\alpha=0,128$	$\alpha=0,427$
1/32	1250	1475,8	1304,6	1058,95
1/2	1250	1334,9	968,4	947,75
4	1250	1250	809,9	575,25

Выводы

1. В полосе, нагруженной сосредоточенной силой, приложенной в среднем ее сечении, форма эпюры реактивных давлений в зависимости от вида грунта и показателя системы «полоса-грунт» резко меняется.

2. Наибольшие давления, передаваемые полосой на грунт, могут возникать как под концевыми участками полосы, так и под серединой полосы.

3. Максимальные изгибающие моменты под точкой приложения сосредоточенной силы (в среднем сечении) могут изменяться в 2,57 раза.

4. Ошибки в применении модели грунтового основания могут привести к катастрофическим последствиям.

Литература

1. Горбунов-Посадов М.И., Маликова Т.А., Соломин В.И. Расчет конструкций на упругом основании. Изд. 3-е, перераб. и доп. Москва: Стройиздат, 1984. 697 с.
2. Жемочкин Б.Н., Сеницын А.П. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании. Москва: Госстройиздат, 1962. 239 с.
3. Клепиков С.Н. Расчет на упругом основании. Київ: Будівельник, 1967. 184 с.
4. Крашенинникова Г.В. Расчет балок на упругом основании конечной глубины. Москва-Ленинград: Энергия, 1964. 96 с.
5. Симвулиди И.А. Расчет инженерных конструкций на упругом основании. Изд. 5-е, перераб. и доп. Москва: Высш. шк., 1987. 576 с.
6. Кожушко В.П. Расчет инженерных конструкций на линейно-деформируемом слое конечной толщины: учебное пособие. Киев: УМК ВО, 1980. 106 с.
7. Кожушко В.П., Лысяков И.Н. Анализ результатов расчета фундамента по двум моделям грунтового основания. Науковий вісник будівництва. Харків: ХНУБА, ХОТВ АБУ, 2017. т. 39. № 3. С. 78–84.

References

1. Gorbunov-Posadov M.I., Malikova T.A., Solomin V.I. Raschet konstrukcij na uprugom osnovanii. 3-e izd., pererab. i dop. M.: Strojizdat, 1984. 697 s. [in Russian].
2. Zhemochkin B.N., Sinicyn A.P. Prakticheskie metody rascheta fundamentnyh balok i plit na uprugom osnovanii. M.: Gosstrojizdat, 1962. 239 s. [in Russian].
3. Klepikov S.N. Raschet na uprugom osnovanii. Kyiv: Budivelnik, 1967. 184 s. [in Ukraine].
4. Krasheninnikova G.V. Raschet balok na uprugom osnovanii konechnoj glubiny. M.-L.: Jenergija, 1964. 96 s. [in Russian].
5. Simvulidi I.A. Raschet inzhenernyh konstrukcij na uprugom osnovanii. 5-e izd., pererab. i dop. M.: Vyssh. shk., 1987. 576 s. [in Russian].
6. Kozhushko V.P. Raschet inzhenernyh konstrukcij na linejno-deformiruemom sloe konechnoj tolshhiny. Uchebnoe posobie. Kyiv: UMK VO, 1980. 106 s. [in Ukraine].
7. Kozhushko V.P., Lysjakov I.N. Analiz rezultatov rascheta fundamenta po dvum modeljam gruntovogo osnovaniya. Naukovij vistnik budivnictva. Harkiv: HNUBA, HOTV ABU, 2017. T. 39. № 3. S. 78–84 [in Ukraine].

Кожушко Виталий Петрович, д.т.н., проф. каф. мостов, конструкций и строительной механики, kmksm@ukr.net, тел. +38 066-817-51-59,

Лысяков Игорь Николаевич, ст. преп. каф. мостов, конструкций и строительной механики, тел. +38 050-965-90-64, igor1149@ukr.net, Харьковский национальный автомобильно-

дорожній університет, 61002, Україна, г. Харків, ул. Ярослава Мудрого, 25.

Розподіл зусиль у навантаженій зосередженою силою смугі на пружній основі за умови використання різних моделей ґрунту

Анотація. Досліджено питання про характер розподілу реактивних тисків від прикладеної посередині смуги зосередженої сили залежно від гнучкості системи «смуга-ґрунт» і моделі ґрунтової основи. Показано, що характер розподілу реактивних тисків різко змінюється для систем з різними показниками гнучкості й за умови застосування різних моделей ґрунту. Розглянуто три моделі ґрунтової основи, лінійно-деформівна півплощина, лінійно-деформівний шар скінченної товщини та модель Вінклера. Змінення характеру епюри реактивних тисків призводить до значних змін величин внутрішніх зусиль (згинальних моментів і поперечних сил).

Ключові слова: зосереджена сила, згинальний момент, поперечна сила, епюра реактивних тисків, лінійно-деформівна півплощина, лінійно-деформівний шар кінцевої товщини, модель Вінклера.

Кожушко Віталій Петрович, д.т.н., проф. каф. мостів, конструкцій та будівельної механіки, kmksm@ukr.net, тел. +38 066-817-51-59,

Лисяков Ігор Миколайович, ст. викл. каф. мостів, конструкцій та будівельної механіки, тел. +38 050-965-90-64, igor1149@ukr.net.
Харківський національний автомобільно-дорожній університет, 61002, Україна, м. Харків, вул. Ярослава Мудрого, 25.

Distributing efforts in a lane on an elastic base loaded by a single force when using different models of ground

Abstract. The problem of the nature of distributing reactive pressures from the force applied in the middle of a single force lane is investigated depending on the flexibility of the "strip-soil" system and the model of the ground base. It is shown that the nature of the distribution of reactive pressure changes dramatically for the systems with different flexibility index and with the application of different models of ground. Three models of the ground base are considered; linearly deformable half-plane, linearly deformable layer of finite thickness and the Winkler model. The change in the nature of the plot of reactive pressures causes a significant change in the values of the internal forces (bending moments and shear forces).

Key words: concentrated force, bending moment, shear force, reactive pressure diagram, linearly deformable half-plane, linearly deformable layer of finite thickness, Winkler model.

Kozhushko V.P., professor, Doct. of Science, Department, kmksm@ukr.net, tel. +38 066-817-51-59,

Lysiakov I.N., Department, tel. +38 050-965-90-64, igor1149@ukr.net,
Kharkov National Automobile and Highway University, 25, Yaroslava Mudrogo str., Kharkiv, 61002, Ukraine.